https://doi.org/10.23925/2237-9657.2025.v14i1p225-239

Teorema de Pitágoras: Demonstração do Presidente Garfield com o GeoGebra [1]

Pythagorean Theorem: President Garfield's Proof with GeoGebra

JOSENILDO FERREIRA GALDINO[2]
https://orcid.org/0009-0000-1205-5007
ELIVANIO CARNEIRO DO NASCIMENTO JUNIOR[3]
https://orcid.org/0009-0001-5911-2475
OTAVIO FLORIANO PAULINO[4]
https://orcid.org/0000-0001-5237-3392

RESUMO

Esta pesquisa aborda o Teorema de Pitágoras, com foco na demonstração feita pelo presidente Garfield, e propõe apresentar essa prova utilizando Tecnologias de Informação e Comunicação, em específico o software GeoGebra. O objetivo é auxiliar professores de Matemática a incorporar atividades dinâmicas em suas aulas usando o GeoGebra. Além disso, inclui um passo a passo da construção no software, contribuindo para a formação docente. Como resultado, foi desenvolvida uma atividade dinâmica no GeoGebra que visa enriquecer a prática pedagógica. Destacamos que o GeoGebra desempenha um papel fulcral no ensino e aprendizagem da Matemática, permitindo explorar conceitos de forma interativa e dinâmica, o que torna as aulas mais investigativas e estimula a curiosidade dos alunos.

Palavras-chave: *GeoGebra; Teorema de Pitágoras; Demonstração do Presidente Garfield.*

ABSTRACT

This research addresses the Pythagorean Theorem, focusing on the demonstration made by President Garfield, and proposes to present this proof using Information and Communication Technologies, specifically the GeoGebra software. The objective is to help teachers of Mathematics to incorporate dynamic activities into their classes using GeoGebra. In addition, it includes a step-by-step of the construction in the software, contributing to teacher training. As a

[1] Apoio: Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA)
[2] Doutor em Meteorologia na Universidade Federal de Campina Grande (UFCG). Docente da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA), Pau dos Ferros, Rio Grande do Norte, Brasil. E-mail: josenildo.galdino@ufersa.edu.br.
[3] Licenciatura em Matemática pelo Núcleo de Educação à Distância (NEaD/UFERSA), Pau dos Ferros, Rio Grande do Norte, Brasil. E-mail: elivanio.junior@alunos.ufersa.edu.br
[4] Doutor em Engenharia Elétrica na Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Docente da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA), Pau dos Ferros, Rio Grande do Norte, Brasil. E-mail: *otavio.paulino@ufersa.edu.br*
.

result, a dynamic activity was developed in GeoGebra that aims to enrich pedagogical practice. We emphasize that GeoGebra plays a key role in the teaching and learning of Mathematics, allowing concepts to be explored in an interactive and dynamic way, which makes classes more investigative and stimulates curiosity of the students.

Keywords: *GeoGebra; Pythagorean Theorem; President Garfield's Proof.*

Introdução

De acordo com Nóbriga (2019), o desenvolvimento de atividades interativas requer o uso de software de geometria dinâmica que incorpore múltiplas maneiras de representação dos elementos matemáticos, além de possibilitar sua modificação. Dentre os sistemas de geometria dinâmica mais renomados na atualidade, destaca-se o GeoGebra. Este software permite a adição de imagens, textos e equações, bem como a modificação de parâmetros por meio de controles deslizantes (GeoGebra, 2024).

Segundo Stylianides e Stylianides (2008), a demonstração matemática é reconhecida como a base para o estudo matemático, desempenhando um papel fulcral na criação e comunicação do saber matemático. Portanto, sua incorporação tardia no ensino pode ter um impacto adverso no raciocínio dedutivo e em outras habilidades matemáticas. Dessa forma, estudiosos como Hanna (1995), e Stylianides e Stylianides (2008) argumentam que a demonstração deve ser uma parte essencial da experiência educacional de todos os alunos, presente em todos os níveis de ensino.

Em concordância, Veloso (1998) destaca que a presença da demonstração matemática na sala de aula é justificada por dois motivos principais: o desenvolvimento de habilidades de raciocínio e, a promoção de uma compreensão mais profunda da natureza da Matemática. Além disso, ele argumenta que o trabalho com demonstrações, seja por meio da realização de investigações ou da análise de demonstrações específicas, especialmente no Ensino Secundário, ajuda os alunos a aprimorarem suas habilidades de raciocínio.

O avanço das tecnologias modernas tem proporcionado uma nova perspectiva para a Matemática, permitindo a realização de experimentos, a formulação de hipóteses e a aquisição de conhecimentos inéditos. Assim, os discentes devem integrar o uso de ferramentas tecnológicas ao aprendizado tradicional de papel e caneta, Artigue (2002); Kieran (2007). Isso visa promover uma compreensão robusta dos princípios matemáticos, potencializando o incentivo, a autoconfiança e o engajamento (Hennessy, Ruthven & Brindley, 2005).

Estudos evidenciam que a utilização de tecnologias digitais no ensino da Matemática tem favorecido uma aprendizagem mais ativa, exploratória e significativa. Ferramentas como o GeoGebra e outras plataformas interativas contribuem para o desenvolvimento do pensamento matemático ao permitirem que os alunos visualizem, manipulem e simulem conceitos abstratos em tempo real. Essa abordagem estimula a autonomia, a investigação e a resolução de problemas em

CC BY

diferentes contextos, promovendo um ambiente de aprendizagem mais colaborativo e motivador (Magnamo et al., 2024).

De acordo com Castro et al. (2023) e Teixeira e Diniz (2022), os recursos digitais se apresentam como uma forma de trazer inovação e estímulo da criatividade em descobertas realizadas pelo próprio estudante, substituindo o ensino memorístico, baseado em regras e aplicação de exercícios. Sendo assim, a articulação entre recursos digitais e metodologias inovadoras amplia as possibilidades pedagógicas e fortalece a compreensão conceitual dos estudantes, sem substituir, mas complementando as práticas tradicionais de ensino.

Em Galdino, Nascimento e Paulino (2024), é proposta uma abordagem pedagógica que combina a utilização do GeoGebra com a História da Matemática, através de atividade dinâmica baseada no problema 48 do Papiro de Rhind, para estimar o valor do número π pelo método egípcio. Neste estudo enfatiza a relevância do GeoGebra como uma ferramenta tecnológica que contribui no ensino e aprendizagem de matemática, e principalmente, o guia passo a passo com a sequência de comandos no GeoGebra, facilitando o uso da ferramenta pelo docente. Os autores destacam que esse *software* fomenta uma prática docente mais investigativa, capaz de despertar o interesse e a curiosidade dos estudantes, alinhando-se às demandas contemporâneas de um ensino conectado às Tecnologias de Informação e Comunicação.

Em Amado, Sanchez e Pinto (2015) apresentam um exemplo de aplicação da tecnologia, especialmente o GeoGebra, no ensino e aprendizagem da Matemática. No estudo, o GeoGebra foi usado para demonstrar o problema da reta de Euler no 9º ano do ensino fundamental. Os autores concluíram que os alunos identificaram o GeoGebra como fator motivador, promovendo experimentação e interação com figuras. Ademais, os resultados enfatizaram a importância da atividade com o GeoGebra como ponto de partida para demonstrações matemáticas.

Outro exemplo do uso do software supracitado como ferramenta de apoio para demonstrações é apresentado no estudo de Vargas (2016). O pesquisador utilizou o GeoGebra para demonstrar os Teoremas de Miquel e Clifford, explorando interseções entre retas, círculos e suas visualizações dinâmicas. Para mais, o autor propõe que a visualização da geometria por meio dessas construções dinâmicas ajuda os discentes a consolidar seus conhecimentos ao praticarem demonstrações geométricas interativas com o GeoGebra.

Em Silva, Nós e Sano (2023), foram selecionadas seis demonstrações do livro intitulado *A Proposição de Pitágoras* de Loomis (1968) para a criação de atividades dinâmicas no GeoGebra, disponibilizadas por links externos. No entanto, essa pesquisa não incluiu o passo a passo no GeoGebra, o que poderia ajudar o professor a se aperfeiçoar no software e construir outras demonstrações matemáticas.

Diferente das demonstrações mais tradicionais presentes na literatura, como as baseadas em rearranjos ou semelhança de triângulos, nesta pesquisa será apresentada a ideia de Garfield que utiliza um trapézio para construir uma relação algébrica clara entre os lados do triângulo retângulo, o que pode facilitar a compreensão dos estudantes. Além de histórica, oferece uma abordagem geométrica acessível e visualmente intuitiva, o que a torna especialmente adequada para o uso em ambientes educacionais com o suporte de ferramentas como o GeoGebra.

Trabalhos anteriores, como os de Fernandes (2024), Moreira et al. (2023) e Linares (2022), exploraram outras demonstrações com o GeoGebra, mas não abordaram essa demonstração de Garfield. Assim, esta pesquisa se diferencia ao propor a utilização do GeoGebra para explorar essa prova pouco usual, promovendo uma aprendizagem mais significativa e conectada com o raciocínio lógico-geométrico dos alunos.

Diante do exposto, o presente trabalho tem por objetivo apresentar de forma dinâmica a prova do Teorema de Pitágoras, especificamente através da demonstração do Presidente Garfield, utilizando um método de passo a passo implementado no software GeoGebra. Além disso, a proposta contribui para o enriquecimento do repertório metodológico dos professores de Matemática ao oferecer uma alternativa que alia rigor conceitual e acessibilidade visual. A utilização do GeoGebra permite que os alunos manipulem os elementos geométricos da demonstração de Garfield, favorecendo a construção do conhecimento de forma interativa e investigativa. Ao destacar uma demonstração historicamente relevante, porém pouco explorada em sala de aula, o estudo amplia as possibilidades didáticas para o ensino do Teorema de Pitágoras, tornando-o mais atrativo e significativo para os estudantes.

1. Teorema de Pitágoras

Pitágoras de Samos, nascido por volta de 570 a.C. na ilha grega de Samos, é uma figura misteriosa devido à escassez de documentos contemporâneos sobre sua vida e obra. Relatos sugerem que ele viajou para o Egito, Babilônia e possivelmente Índia, absorvendo conhecimentos matemáticos, astronômicos e religiosos, antes de fundar a Escola Pitagórica em Crotona, na atual Itália, Silva (2014); Boyer e Merzbach (2012).

O Teorema de Pitágoras, uma das mais famosas descobertas matemáticas, é um exemplo dessa incerteza histórica, pois embora seja fortemente associado a ele, não há confirmação de que foi o descobridor do Teorema, Silva (2014). Esta incerteza é acentuada pelo fato de que sua biografia foi escrita muito tempo após sua morte, o que complica ainda mais a identificação precisa de suas realizações Gonçalves (2021).

O Teorema de Pitágoras tem um papel fulcral na história da matemática, não apenas como uma simples relação geométrica dos lados do triângulo retângulo, mas também como um ponto crucial no desenvolvimento das provas matemáticas rigorosas.

> O Teorema de Pitágoras influenciou a evolução da prova matemática. Sua história exemplifica como ideias matemáticas podem ser refinadas, aprimoradas e aplicadas em diferentes contextos culturais e históricos. Além disso, esse resultado transcende as fronteiras da matemática pura, sendo uma ferramenta fundamental em diversas áreas científicas e aplicadas. Sua compreensão é essencial para abordar problemas geométricos, trigonométricos e algébricos, além de fornecer insights para a solução de questões práticas em outras ciências.
> (Rocha, 2023, p.15)

Essa observação sublinha como o teorema é essencial na matemática, mas também para aplicações práticas, mostrando sua relevância em diversas áreas do conhecimento.

O Teorema de Pitágoras pode ser enunciado da seguinte forma: *Em todo triângulo retângulo, a área do quadrado construído sobre a sua hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os seus catetos*, conforme mostrado na Figura 1.

.

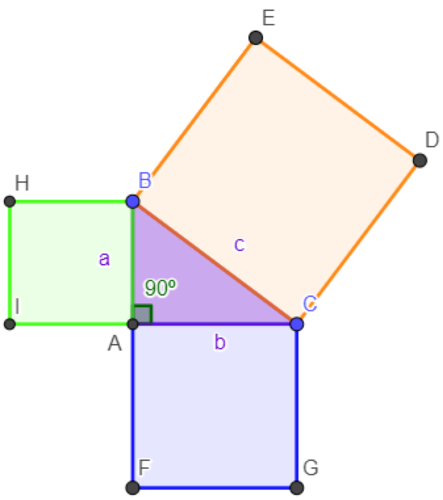

Figura 1: Representação do Teorema de Pitágoras no GeoGebra
Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Seja c a hipotenusa e a, b catetos do triângulo retângulo. Matematicamente, tem-se:

$$c^2 = a^2 + b^2 \qquad (\mathrm{I})$$

Neste contexto, vale destacar o significado de duas palavras gregas relacionadas aos triângulos retângulos: *cateto* vem de “kathetos”, que significa vertical (perpendicular), e *hipotenusa* vem de “hypoteínousa”, derivado do verbo hypoteinein, que significa "estender-se sob", indicando o lado oposto ao ângulo reto, (Garbi, 2010).

1.1. Demonstração do Teorema de Pitágoras

Considere o triângulo ABC retângulo em A, em seguida, prolongue a extremidade direita do segmento $\overline{AB}$ até atingir o ponto D, na qual $\overline{BD} = \overline{AC} = b$. Agora, trace um segmento de reta paralelo a $\overline{AC}$ que passa pelo ponto D e marque o ponto E, na qual $\overline{DE} = \overline{AB} = a$. Note que os triângulos ABC e DBE são congruentes, no triângulo ABC os ângulos $\alpha = \widehat{ACB}$ e $\beta = \widehat{ABC}$ são complementares, isto é, sua soma é 90°. Analogamente, no triângulo BDE os ângulos $\alpha = \widehat{DBE}$ e $\beta = \widehat{DEB}$ também são. Logo, o triângulo CBE é retângulo em B com catetos iguais a c e ângulo $\widehat{CBE}$ = 90°, conforme mostrado na Figura 2.

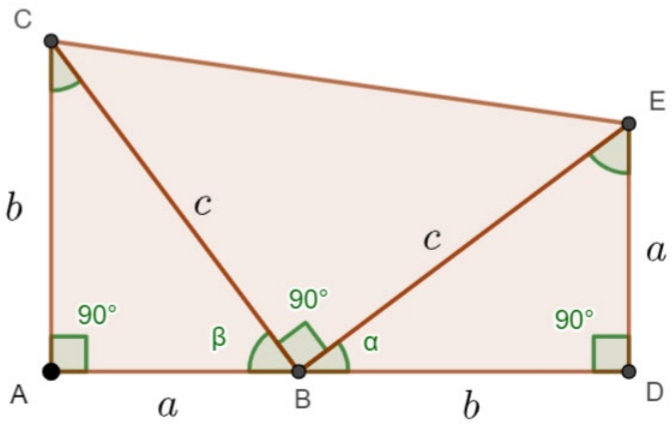

Figura 2: Demonstração do Teorema de Pitágoras.
Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

A área do trapézio $ADEC$ com bases, $\overline{AC} = b$ e $\overline{DE} = a$ e altura $\overline{AD} = a + b$ é dada por

$$A = \frac{(\overline{AC} + \overline{DE})}{2} \cdot \overline{AD}$$

Por outro lado, a área trapezoidal é igual a soma das 3 áreas dos triângulos retângulos da figura 1, a saber: 1) A_1: área do triângulo ABC, 2) A_2: área do triângulo BDE e 3) A_3: área do triângulo BCE. Matematicamente, tem-se:

$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

$$\frac{(\overline{AC} + \overline{DE})}{2} \cdot \overline{AD} = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{AC}}{2} + \frac{\overline{BD} \cdot \overline{BE}}{2} + \frac{\overline{BC} \cdot \overline{BE}}{2}$$

$$\frac{(b + a)}{2} \cdot (a + b) = \frac{ab}{2} + \frac{ba}{2} + \frac{c^2}{2}$$

$$\frac{(b + a)^2}{2} = ab + \frac{c^2}{2}$$

$$2\left(\frac{a^2 + 2ab + b^2}{2}\right) = 2ab + 2\left(\frac{c^2}{2}\right)$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

o que prova o Teorema de Pitágoras.

Essa prova é conhecida como demonstração do Presidente, em homenagem ao General James Abram Garfield, 20º presidente dos Estados Unidos pelo período de 4 meses (março a setembro de 1881). Esta explicação do Teorema de Pitágoras utiliza apenas o conceito de comparação de áreas, a saber: trapézio e triângulos retângulos. A prova foi publicada em *New England Journal of Education*, (Vol.3, p.161, 1876). Garfield construiu o trapézio formado por 3 triângulos retângulos de lados: c hipotenusa e catetos a e b, na qual, a área do trapézio com base maior igual a b, base menor a e altura $a + b$ é igual à soma da área dos 3 triângulos retângulos. Esta abordagem é notável pela simplicidade e genialidade ao comparar áreas simples (Silva, 2013).

Em Ambrósio (2021), enfatiza-se que a transmissão de conhecimentos matemáticos conectados com a História da Matemática é crucial para o pensar matemático, incorporando na prática docente elementos importantes: desenvolvimento de pensamento crítico e ampliação de conteúdos matemáticos, de modo a contribuir no aprendizado dos alunos.

2. Atividade Dinâmica no GeoGebra: Demonstração de Garfield

A atividade proposta no GeoGebra foi selecionada com base em seu potencial formativo para professores, especialmente no que se refere à visualização e à mediação de conceitos geométricos fundamentais e conteúdo relevante como o Teorema de Pitágoras. A demonstração de Garfield foi escolhida por sua clareza visual, estrutura lógica acessível e por possibilitar a articulação entre representações geométricas e algébricas, favorecendo a compreensão conceitual do tópico matemático. Além disso, sua implementação no GeoGebra permite aos professores ampliarem as possibilidades de abordagem didática em sala de aula.

Construímos, no GeoGebra, uma atividade dinâmica da demonstração do presidente Garfield para o Teorema de Pitágoras e disponibilizamos o link:

https://www.geogebra.org/m/bgpprb2w

Nessa atividade, o usuário pode alterar os valores dos lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ do triângulo retângulo ABC com os controles deslizantes a e b, respectivamente nessa ordem. Além disso, será detalhado o processo construtivo em sete passos no GeoGebra para permitir que o professor/discente possa adquirir conhecimentos no GeoGebra e seja capaz de reutilizá-los em outras demonstrações matemáticas.

Passo 1: Acessar o site oficial do GeoGebra Classic 6.

https://www.geogebra.org/classic?lang=pt

Passo 2: Criar dois controles deslizantes, a e b, para os lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ do triângulo retângulo ABC, respectivamente.

Na barra de ferramentas do GeoGebra, selecione a opção *Controle Deslizante,* e na guia *Intervalo*, configure os controles, conforme Figura 3.

$$a = 1, min = 1, max = 5 \ e \ incremento = 1;$$

$$b = 1, min = 1, max = 8 \ e \ incremento = 1;$$

Figura 3: Seleção da ferramenta controle deslizante.
Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Passo 3: Gerar os pontos: $A(0,0), B(a,0), C(0,b)$ e $D(a+b,0)$ e $E(a+b,a)$, conforme Figura 4.

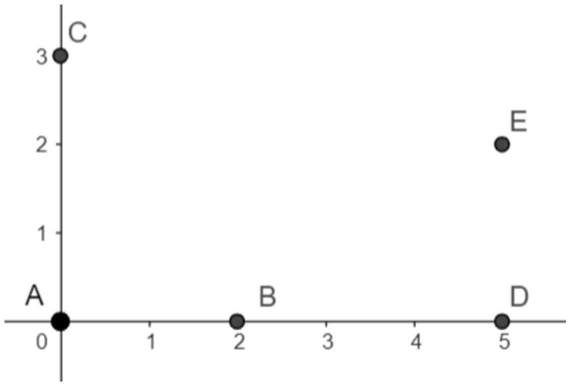

Figura 4: Seleção da ferramenta controle deslizante.
Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Passo 4: Construir os triângulos ABC, BDE e BEC com a ferramenta *Polígono*, conforme Figura 5.

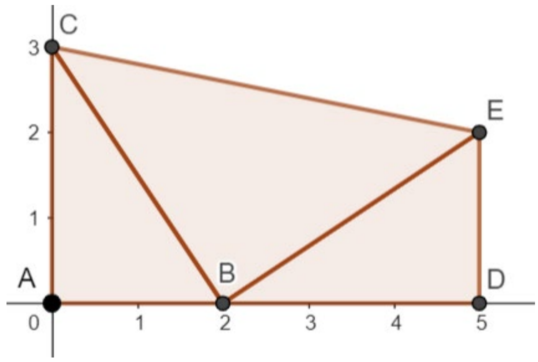

Figura 5: Triângulos construídos com a ferramenta Polígono
Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Passo 5: Exibir os rótulos para os segmentos de reta: $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{DE}, \overline{BE}, \overline{BC}, \overline{EC}$ e $\overline{AC}$, conforme Figura 6.

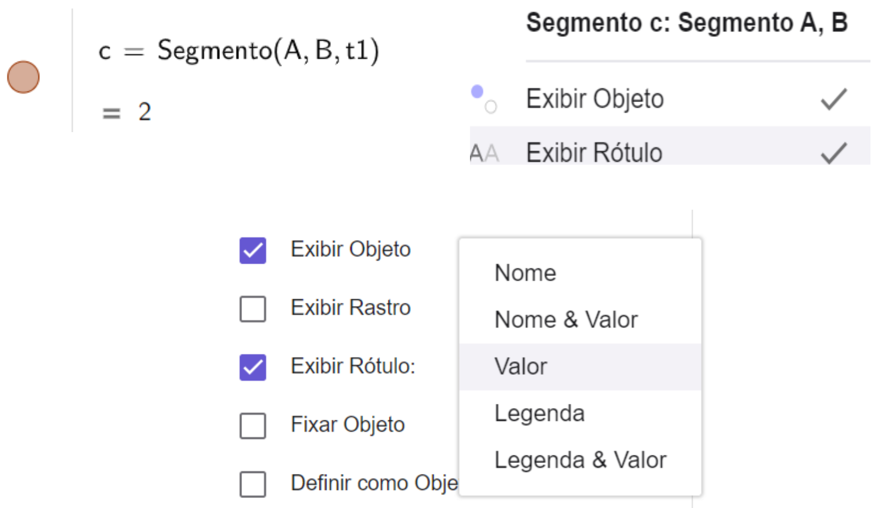

Figura 6: Configuração do Rótulo do Segmento $\overline{AB}$.
Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

No Campo de entrada do GeoGebra, selecione o comando referente ao segmento de interesse, por exemplo, $Segmento(A, B, t1)$, clique com o botão direito do mouse e marque a opção $Exibir\ Rótulo$. Em seguida, aponte para *Configurações* e na guia Básico, modifique o tipo de rótulo para *Valor*, conforme Figura 6.

Passo 6: Cálculo das áreas dos triângulos $ABC, BDE\ e\ EBC$ e do trapézio $ADEC$.

No campo de entrada do GeoGebra, crie as variáveis $A1, A2\ e\ A3$ para armazenar o valor da área do triângulo $ABC, BDE\ e\ EBC$, nessa ordem. Além disso, T armazena o valor da área do trapézio $ADEC$, conforme Figura 7.

$$\mathrm{A1} = \frac{\mathrm{a\ b}}{2}$$
$$= 3$$

$$\mathrm{A2} = \mathrm{Distância(B, D)}\ \frac{\mathrm{Distância(D, E)}}{2}$$
$$= 3$$

$$\mathrm{A3} = \mathrm{Distância(B, E)}\ \frac{\mathrm{Distância(B, C)}}{2}$$
$$\approx 6.5$$

$$\mathrm{T} = (\mathrm{a} + \mathrm{b})\ \frac{\mathrm{a} + \mathrm{b}}{2}$$
$$\approx 12.5$$

Figura 7: Criação das variáveis $A1, A2, A3\ e\ T$ para armazenar os valores das áreas.
Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Passo 7: Exibição dos conteúdos armazenados nas variáveis $A1, A2, A3\ e\ T$ na janela gráfica do GeoGebra

Na barra de ferramentas, escolha o recurso *Texto*, Selecione a opção *Fórmula LaTeX*. Em seguida, insira o Texto ABC =, por fim, clique na opção *Avançado* e aponte para a variável $A1$ para vincular o conteúdo armazenado em $A1$ que será exibido ao lado do texto $ABC =$. Além disso, crie outras variáveis para armazenar os valores de c^2 e $a^2 + b^2$ seguindo o mesmo procedimento. Os resultados obtidos são mostrados na Figura 8.

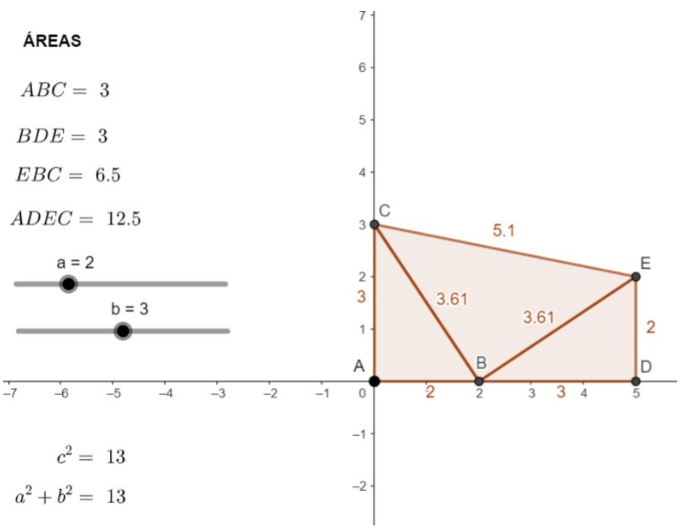

Figura 8: Atividade dinâmica do Teorema de Pitágoras: Demonstração de Garfield.
Fonte: Elaborado pelos autores (2024)

3. Resultados e Discussões

A atividade dinâmica mostrada na Figura 8 apresenta o trapézio ADEC com área de 12,5 e os triângulos ABC, BDE e EBC, cujas áreas são 3, 3 e 6,5, respectivamente. Existem dois controles deslizantes: 1) "*a*", que ajusta a medida do segmento AB, um dos catetos do triângulo ABC; e 2) "*b*", que ajusta a medida do segmento AC, o outro cateto. A atividade exibe o quadrado da hipotenusa e a soma dos quadrados dos catetos para verificar a relação de Pitágoras. O professor pode alterar os valores dos controles deslizantes, *a* e *b*, permitindo que os alunos visualizem as mudanças nas áreas do trapézio e dos triângulos e verifique a fórmula e aplicação do Teorema de Pitágoras.

A atividade construtiva no GeoGebra detalha o passo a passo para a construção geométrica do trapézio de Garfield. Este material foi criado para que professores possam reproduzi-lo em sala de aula, facilitando o ensino do Teorema de Pitágoras de maneira prática e visual. Além disso, a atividade capacita os docentes no uso do software GeoGebra, proporcionando-lhes uma experiência na plataforma. Assim, contribui-se para a formação contínua dos professores, enriquecendo suas práticas pedagógicas e oferecendo novas abordagens para o ensino da Matemática.

Os resultados da aplicação da atividade dinâmica com o GeoGebra, baseada na demonstração de Garfield, apontam para implicações práticas significativas no ensino da Matemática. Ao proporcionar uma abordagem visual e interativa, a atividade favorece a construção de significados pelos alunos, aproximando-os dos conceitos abstratos por meio da experimentação e da manipulação direta dos elementos geométricos. Para os professores, o uso do GeoGebra amplia as possibilidades metodológicas, permitindo a criação de ambientes investigativos que incentivam o raciocínio lógico, a autonomia e a argumentação matemática. Na prática, isso se traduz em aulas mais dinâmicas, centradas na exploração e no diálogo, o que contribui para uma mudança de postura docente frente ao uso das tecnologias digitais.

A demonstração de Garfield, por sua simplicidade e caráter histórico, facilita a contextualização dos conteúdos, tornando-se uma ponte entre a Matemática formal e sua aplicação no cotidiano escolar. Tais aspectos indicam que a proposta não apenas enriquece o repertório didático dos professores, mas também pode impactar positivamente o engajamento e a aprendizagem dos estudantes.

4. Considerações Finais

Neste trabalho apresentamos o Teorema de Pitágoras com foco na demonstração do presidente Garfield com a utilização de atividade dinâmica no GeoGebra e, principalmente com o detalhamento dos comandos no software para que o professor possa se aperfeiçoar na ferramenta e ter autonomia em criar outras demonstrações matemáticas de outros conteúdos.

A demonstração de Garfield utiliza uma abordagem inovadora ao realizar a prova do Teorema de Pitágoras com a decomposição da área do trapézio em três regiões triangulares. Além disso, o uso do GeoGebra como ferramenta de ensino permitiu a manipulação dos objetos matemáticos com o uso dos controles deslizantes. Esta interatividade proporcionada pelo GeoGebra facilita a compreensão intuitiva do teorema, permite explorar diferentes configurações e constatar como o Teorema de Pitágoras permanece verdadeiro em todas elas.

Em conclusão, a aplicação da demonstração de Garfield e das atividades dinâmicas com o GeoGebra representa uma abordagem alternativa para o ensino do Teorema de Pitágoras. Espera-se que os professores adotem essas práticas nas suas aulas, oferecendo uma experiência educacional que contribuirá para uma melhor compreensão da matemática.

Referências

Amado, N., Sanchez, J. A.; Pinto, J. (2015). A Utilização do GeoGebra na Demonstração Matemática em Sala de Aula: o estudo da reta de Euler. *Boletim de Educação Matemática (Bolema)*, v.29, n.52, p.637-657. Disponível em: https://www.scielo.br/j/bolema/a/J6bmB3dJXBdy8J3MwpjFC6x/. Acesso em: 16 jul. 2024.

Artigue, M. (2021). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialetics between techical and conceptual work. *Internacional Journal of Computers for Mathematical Learning*, Dordrecht, The Netherlands v.7, n.3, p.245-274. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/226262115_Learning_Mathematics_in_a_CAS_Environment_The_Genesis_of_a_Reflection_about_Instrumentation_and_the_Dialectics_between_Technical_and_Conceptual_Work . Acesso em: 05 ago. 2024.

Boyer, C. B.; Merzbach, U. C (2012). **História da Matemática**, tradução da terceira edição americana, Edição: Blucher, 2012.

Castro, E. M. M.; Nascimento, K. R. S.; Sales, G. F.; Santiago, S. B. (2023). O uso das tecnologias digitais no ensino de Matemática numa perspectiva construcionista. *Revista Educação Pública*, Rio de Janeiro, v.23, n.40, 17 out. 2023. Disponível em: https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/23/39/o-uso-das-tecnologias-digitais-no-ensino-de-matematica-numa-perspectiva-construcionista. Acesso em: 08 abr. 2025.

D'Ambrósio, U. (2021). A Interface entre História e Matemática: Uma Visão Histórico-Pedagógica. *Revista História da Matemática para Professores (RHPM)*, Natal/RN, v.7, n.1, abr. 2021. Disponível em:

https://rhmp.com.br/index.php/RHMP/article/view/67/65. Acesso em: 07 abr. 2025.

Fernandes, J. F. (2024) Generalizações envolvendo o Teorema de Pitágoras usando o GeoGebra e processos analíticos. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana a*, Rio de Janeiro, v.15, n.3, p.245-274. Disponível em: https://www.researchgate.net/profile/Jose-Fernandes-48/publication/387328755 . Acesso em: 07 abr. 2025.

Galdino, J. F; Nascimento, Junior, E. C. N.; Paulino, O. F. (2024). O Problema 48 do Papiro de Rhind: O cálculo do número π. *Revista História da Matemática para Professores (RHPM)*, Natal/RN, v.10, n.1, p.1-10. Disponível em: https://rhmp.com.br/index.php/RHMP/article/view/118/101. Acesso em: 12 abr. 2025.

Garbi, G. G. (2010). *A Rainha das Ciências: Um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da Matemática,* 5ª edição ver e ampliada – São Paulo. Editora Livraria da Física.

GeoGebra, Software (2024); Matemática: Materiais Didáticos. *In*: GeoGebra. [*S. l.*], 2024. Disponível em: https://www.geogebra.org/t/math?lang=pt. Acesso em: 18 jul. 2024.

GeoGebra, Software (2022). Aplicativo matemático. Disponível em: https://www.geogebra.org/?lang=pt_BR. Acesso em: 01 ago. 2022.

Gonçalves, A.L. (2021), Teorema de Pitágoras: sugestões de atividades com o uso do app suíte GeoGebra. 89f. (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT), Universidade Federal de Goiás. Disponível em: https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=6331&id2=171055514 Acesso em 25 jan. 2024.

Hanna, G. (1995). Challenges to the importance of proof. *For the Learning of Mathematics*, Fredericton, NB. 15, n. 3, p. 42-49. Disponível em: : https://www.researchgate.net/profile/GilaHanna/publication/245635574_Challenges_to_the_importance_of_proof/links/64a1e89a95bbbe0c6e0844e6/Challenges-to-the-importance-of-proof.pdf. Acesso em: 16 jul. 2024.

Hennessy, S.; Ruthven, K.; Brindley, S. (2005). Teacher perspectives on integraring ICT into subject teaching: Commitment, constraints, caution, and change. *Journal of Curriculum Studies*, London, v. 37, n. 2, p. 155-192. Disponível em: https://www.academia.edu/download/32290726/t_w_i_5.pdf Acesso em: 12 ago. 2024.

Kieran, C. (2007) Interpreting and assessing the answers given by the CAS expert: A reaction paper. *The International Journal of Technology in Mathematics Education*, Plymouth, UK, v. 14, n.º 2, p. 103-107. Disponível em: http://ism.uqam.ca/~apte/Publications/IJTME_2007.pdf . Acesso em: 14 set. 2024.

Linares, J. L. (2022). *Teorema de Pitágoras: Demonstrações Interativas no GeoGebra*, Faculdade de Zootecnia e Engenharia de Alimentos (FZEA), Universidade de São Paulo (USP), 2022.

Loomis, E. S. (1968). *The Pythagorean Proposition,* Washington, National Council of Teachers of Mathematics.

Magnamo, W.; Candeia, A. S.; Baiocco, L. V.; Siqueira, N. K.; Santos, L. V. R. S.; Nunes, P. C. (2024). O impacto das tecnologias digitais no processo de ensino-aprendizagem da matemática. *Revistaft*, vol. 28, ed. 138, 2024. Disponível em: https://revistaft.com.br/o-impacto-das-tecnologias-digitais-no-processo-de-ensino-aprendizagem-da matematica/#:~:text=A%20utiliza%C3%A7%C3%A3o%20de%20tecnolog as%20digitais,necessidades%20individuais%20de%20cada%20aluno. Acesso em 08 abr. 2025.

Moreira, I., Martins, I., Andrade, R.B., Sena, S. (2023). Teorema de Pitágoras com recurso ao software GeoGebra e GeoGebra Classroom. *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo*, v.12, n.3, p.0017-0036, 2023. Disponível em https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=9275846. Acesso em 07 abr.2025.

Nóbriga, J. C. C. (2019). Demonstrações matemáticas dinâmicas. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, v. 15, n. 1, p. 1-21, 2019. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2019.e61725 Acesso em 15 de jan. 2024.

Oliveira, A. L. C. (2013). *O Teorema de Pitágoras: Demonstrações e Aplicações.* (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Universidade Estadual do Ceará, 78f. Fortaleza, 2013. Disponível em: https://sca.profmatsbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=767&id2=31415#:~:text=O%20Teorema%20de%20Pit%C3%A1goras%20estabelece,das%20medidas%20dos%20outros%20dois. Acesso em: 18 jun. 2024.

Rocha, D. M, (2023). *Teorema de Pitágoras e construções geométricas com o GeoGebra,* 81f, PROFMAT (Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional), Universidade Federal de Ouro Preto, 2023. Disponível em: https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=7391&id2=171054822 . Acesso em 25 jan. 2024.

Silva, V. M. R; Nós, R. L; Sano, M. (2023). Uma Visão Dinâmica do Teorema de Pitágoras. *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo*, v. 12, n. 1, p. 062-077, 2023. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/59199. Acesso em 18 jul. 2024.

Silva, J. E. B. (2014). *Teorema de Pitágoras: algumas extensões /generalizações e atividades com o Software GeoGebra*, 152f, PROFMAT (Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional), Universidade Estadual Paulista, 2014. Disponível em: https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=878&id2=31914 Acesso em fev. 2024.

Stylianides, G., Stylianides, J. (2008). Proof in School Mathematics: Insights from Psychological Research into Students' Ability for Deductive Reasoning. *Mathematical Thinking and Learning,* Mahwah, New Jersey, v. 10, n.º 2, p. 103-133, Abril, 2008. Disponível em: http://mathedseminar.pbworks.com/w/file/fetch/74137112/Stylianides%202008%20MTL.pdf Acesso em 10 jun. 2024.

Teixeira, J; Diniz, L. N. Contribuições da produção de vídeos para o ensino da Matemática. *Revista Docência e Cibercultura*, v. 6, n° 3, p. 125-145, 2022. Disponível em: http://dx.doi.org/10.12957/redoc.2022.63212. Acesso em: 12 abr. 2025.

Vargas, A. R. (2016). *O teorema de Miquel revisitado por Clifford.* 64 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de janeiro, 2016. Disponível em: https://www2.dbd.puc-rio.br/pergamum/tesesabertas/1412617_2016_completo.pdf. Acesso em: Acesso em: 16 mai. 2024.

Veloso, E. (1998). *Geometria,* Temas Actuais. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1998.

Enviado: 16/08/2024

Aceito: 15/04/2025