

Tarefas matemáticas na perspectiva do ensino exploratório em uma vivência de estágio de docência

Math tasks in the perspective of exploratory teaching in a teacher training experience

Geiciele Raatz Hartwig¹

Marta Cristina Cezar Pozzobon²

Thaís Philipsen Grützmann³

RESUMO

Este artigo analisa algumas tarefas matemáticas na perspectiva do ensino exploratório. Questiona-se: Como foram desenvolvidas as tarefas, na perspectiva da abordagem exploratória? Que tipos de tarefas matemáticas foram desenvolvidas? Desenvolve-se mediante pesquisa de natureza qualitativa, em uma disciplina de um curso de Licenciatura em Matemática, no contexto de um estágio de docência de um curso de Pós-Graduação no Sul do Brasil. Os dados foram coletados por tarefas planejadas para a disciplina, notas de campo, escritas dos alunos e fotografias. As análises consideram a natureza das tarefas e o ensino de Matemática. Os resultados apontam que a diversificação das tarefas contribui para diferentes aprendizagens, como em relação aos conhecimentos matemáticos, a exploração dos materiais manipuláveis, a retomada de conhecimentos anteriores, a discussão de conhecimentos da educação básica e, se desenvolvidas através da abordagem exploratória, considerando as etapas (introdução, trabalho autônomo, discussão coletiva e sistematização), possibilitam que os alunos construam o seu próprio conhecimento matemático e desenvolvam o raciocínio matemático, além de contribuírem com a exploração das representações matemáticas, com a comunicação e com a aprendizagem entre os pares. Conclui-se que o desenvolvimento das tarefas, na perspectiva da abordagem exploratória se diferencia de outras abordagens tradicionais, principalmente pelos modos de condução da aula, pela seleção das tarefas e pelo envolvimento dos sujeitos (alunos e professor).

Palavras-chave: Tarefas matemáticas; Ensino exploratório; Estágio docente.

ABSTRACT

¹ Mestranda em Educação Matemática, pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEMAT), da Universidade Federal de Pelotas (UFPel). Licenciada em Matemática pela Universidade Federal de Pelotas. E-mail: geicielehartwig@gmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0009-0007-7959-8429>

² Doutora em Educação pela Universidade do Vale do Rio dos Sinos (UNISINOS). Pós-doutoramento na Universidade de Lisboa, Instituto de Educação (IE - ULisboa). Professora na Universidade Federal de Pelotas (UFPel), nos cursos de Licenciatura em Matemática, no Mestrado em Educação Matemática, do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEMAT/UFPel) e no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM/UFPel). E-mail: martacezarpozzbon@gmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-3069-5627>

³ Doutora em Educação pela Universidade Federal de Pelotas (UFPel). Mestre em Educação em Ciências e Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS). Especialista em Matemática e Linguagem; em Educação – ênfase na Educação de Surdos; e em Serviço de Atendimento Educacional Especializado, ambas pela UFPel. Licenciada em Matemática pela UFPel. Acadêmica do curso de Letras-Línguas e Literatura Surda pela UFPel. Professora Associada da UFPel. Docente do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEMAT/UFPel). E-mail: thaisclmd2@gmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-6015-1546>

This article analyzes some math tasks in the perspective of exploratory teaching. The following is questioned: How have the tasks been carried out, in the perspective of the exploratory approach? What types of math tasks were carried out? It is based on a qualitative nature research, in a subject in a Math Undergraduate course, in the context of a teacher training of a Post-Graduation course in southern Brazil. The data was collected through tasks planned for the subject, field notes, students' writings and pictures. The analyses consider the nature of the tasks and the teaching of Math. The results show that the variation of tasks contributes for different learning, such as regarding math knowledge, the exploration manipulable materials, the recovery of previous knowledge, the discussion of basic education knowledge and, is carried out through exploratory approach, considering the stages (introduction, autonomous work, collective discussion and systematization), enable students to build their own math knowledge and develop mathematical reasoning, besides contributing with the exploration of mathematical representations, with the communication and peer learning. It can be concluded that the development of tasks, in the perspective of exploratory approach is different from other traditional approaches, mainly due to the way the class is conducted, the selection of tasks and the involvement of the subjects (students and teacher).

Keywords: *Math tasks; Exploratory teaching; Teacher training.*

Introdução

Em uma abordagem exploratória para o ensino de Matemática, os alunos participam na interpretação e na resolução das tarefas propostas, fortalecendo seu raciocínio e conhecimento matemático, por meio de suas próprias descobertas e construções, ao mesmo tempo em que desenvolvem suas habilidades de comunicação e argumentação (Ponte; Quaresma, 2015). É importante salientar que o ensino de Matemática na abordagem exploratória, ou melhor, a aula nesta abordagem, possibilita que os alunos “construam ou aprofundem a sua compreensão de conceitos, procedimentos e ideias matemáticas” (Ponte *et al.*, 2015, p. 114).

Tais ideias nos conduzem a pensar sobre a importância de vivências com a abordagem exploratória em cursos de formação de professores que ensinam Matemática, pois como dizem Martins, Mata-Pereira e Ponte (2021), esta abordagem tem se mostrado um desafio para os professores. Os autores alertam que é necessário a compreensão da natureza de uma aula nesta abordagem, para que os professores se familiarizem com a mesma e possam planejar e lecionar, na perspectiva da aprendizagem dos alunos (Martins; Mata-Pereira; Ponte, 2021). A aula nesta abordagem tem a preocupação com a seleção de tarefas matemáticas, com a comunicação entre os alunos e o professor, dando voz aos estudantes, para que possam discutir sobre as resoluções e procedimentos (Ponte; Quaresma; Mata-Pereira, 2020).

Isso nos leva a destacar que uma aula nessa abordagem se desenvolve em quatro etapas: introdução da tarefa; resolução autônoma pelos alunos; discussão coletiva e sistematização das aprendizagens (Serrazina, 2021). Neste contexto, o professor tem um papel fundamental na escolha das tarefas, na antecipação das respostas dos alunos, no monitoramento da resolução durante o trabalho autônomo, na seleção e sequência das resoluções e na sistematização (Smith *et al.*, 2009; Stein *et al.*, 2008). Já os alunos “aprendem a partir do trabalho sério que fazem com tarefas valiosas que fazem emergir a necessidade [...] das ideias matemáticas que são sistematizadas em discussão colectiva” (Canavarro, 2011, p. 11). Ou, dito de outro modo, as tarefas matemáticas definem os raciocínios que os alunos adotam para resolvê-las e possibilitam ao professor articular os conteúdos com o objetivo de aprendizado (Stein; Smith, 2009).

Diante dessas considerações, pretendemos analisar algumas tarefas matemáticas, na perspectiva do ensino exploratório. Questionamos: Como foram desenvolvidas as tarefas, na perspectiva da abordagem exploratória? Que tipos de tarefas matemáticas foram desenvolvidas? Na intenção de respondermos às questões, consideramos um recorte de uma vivência de estágio de docência⁴, com uma turma de licenciados, de um curso de Licenciatura em Matemática, de uma Universidade do Sul do Brasil.

Desse modo, o artigo está organizado nas seguintes seções: a) introdução, que discutimos sobre a temática e apresentamos o objetivo e questões; b) discussões teóricas, que tratamos sobre a abordagem exploratória no ensino de Matemática e as tarefas; c) percurso metodológico, em que descrevemos a natureza da pesquisa, o contexto e os materiais analisados; d) resultados e análises, em que descrevemos três tarefas e discutimos alguns registros, modos de resolução e o ensino de Matemática, e as considerações finais.

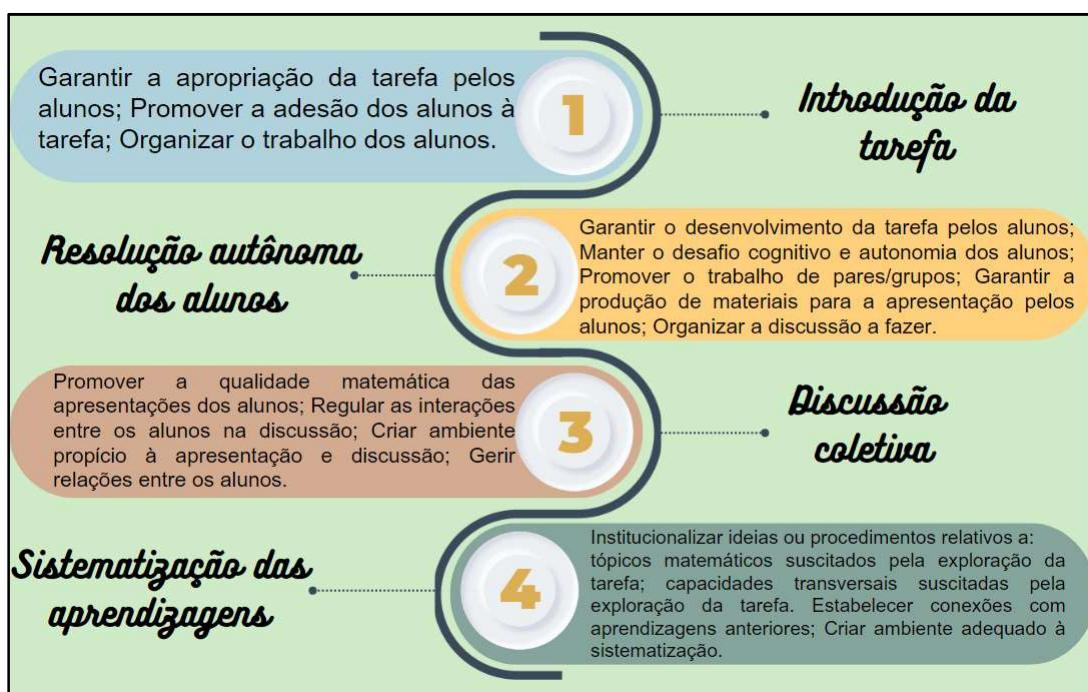
Discussões teóricas

Nesta seção, tratamos da abordagem exploratória no ensino de Matemática e das tarefas, pois ponderamos que há uma diferença desta para o proposto no ensino tradicional, principalmente pelo papel do aluno, do professor, das tarefas desenvolvidas e da comunicação que ocorre em sala de aula (Ponte, 2005). No ensino tradicional, o professor é o detentor do conhecimento, os alunos apenas reproduzem o ensinado em um padrão de pergunta-resposta. Já, no ensino exploratório, “a ênfase desloca-se da atividade

⁴ Estágio obrigatório para bolsistas de ...

‘ensino’ para a atividade mais complexa ‘ensino-aprendizagem’” (Ponte, 2005, p. 13), decorrente de resultados da interação entre aluno, professor e o conhecimento matemático. Isso não significa que toda a atividade do aluno seja de exploração, mas sim que seja “uma forma de trabalho marcante na sala de aula” (Ponte, 2005, p. 14). Oliveira, Menezes e Canavarro (2013) propõem que o ensino exploratório se desenrola em quatro etapas, conforme ilustrado na Figura 1.

Figura 1 – As quatro etapas do ensino exploratório



Fonte: Adaptada de Oliveira, Menezes e Canavarro (2013) e Serrazina (2021)

Na primeira etapa, introdução da tarefa, o professor faz conexões com os conhecimentos prévios dos alunos, organiza o trabalho dos estudantes (individual, em duplas ou grupos), verifica os materiais necessários e certifica-se se todos compreenderam o objetivo da tarefa e estão motivados para a resolução. Na segunda etapa, a resolução autônoma, o professor observa os entendimentos dos alunos, interagindo por meio de questionamentos, de dicas, de desafios e/ou de sugestões de novas representações. E, nesta etapa, escolhe intencionalmente algumas resoluções dos alunos para avançar para a terceira etapa, podendo considerar as que aparecem erros, as mais fáceis, até as mais complexas, no sentido de organizar uma sequenciação das resoluções (Stein; Smith, 2009). Na discussão coletiva, o professor solicita explicações e justificativas das soluções dos alunos, incentivando a análise e a comparação entre as diferentes resoluções. E na última etapa, a sistematização das aprendizagens, espera-se

que sejam retomadas algumas ideias, procedimentos e raciocínios, identificando conceitos matemáticos e esclarecendo as condições de sua aplicação em outros contextos (Oliveira; Menezes; Canavarro, 2013; Serrazina, 2021).

Deste modo, podemos destacar que uma das mais importantes decisões que o professor realiza, ao trabalhar com a abordagem exploratória, incide sobre as tarefas que propõe na sala de aula, pois é em torno delas que as aulas se desenvolvem. Como abordam Stein e Smith (2009), uma tarefa é definida como o que é proposto em sala de aula, para que seja desenvolvida uma ideia ou conceito matemático. Já para Ponte (2005), quando o aluno está envolvido em uma atividade, realiza uma tarefa, ou seja, “designam-se por tarefas matemáticas as propostas que o professor faz aos seus estudantes para que eles realizem a sua atividade matemática” (Serrazina, 2021, p. 5). Então, assumimos a tarefa como uma proposta feita pelo professor, para que, através da interação e da comunicação na sala de aula, o aluno possa realizar a sua atividade.

Com isso, salientamos que as tarefas⁵ assumem uma natureza diversificada, de acordo com o grau de desafio matemático (elevado ou reduzido), o tipo de estrutura (tarefas abertas ou fechadas), sendo que as fechadas envolvem exercícios e problemas, e as abertas contemplam as explorações e investigações, que colaboram com o desenvolvimento de capacidades de resolução e de interpretação matemática (Ponte, 2005). Neste contexto, acreditamos que as tarefas estão presentes diariamente na sala de aula, desempenhando um papel fundamental nos processos de ensino e aprendizagem, pois é a partir delas que o professor articula os conteúdos com o objetivo de aprendizagem da aula.

Diante da importância das tarefas, a seleção, a diversificação, a proposição em sala de aula, pode colaborar com as oportunidades de aprendizagem propostas pelo professor (Cyrino; Jesus, 2014). Tais considerações são fundamentais para a diversificação de tarefas matemáticas, mas para isso ponderamos a necessidade de realização de um cruzamento de duas dimensões essenciais das tarefas, que se referem ao grau de desafio matemático e à estrutura. Sendo que o grau de desafio está relacionado com a percepção de dificuldade, que varia entre os níveis cognitivos reduzidos, que envolve a memorização, ou de nível cognitivo elevado, que envolve aprofundamento matemático. E o grau de estrutura envolve os tipos de tarefas, sendo que fechado envolve respostas diretamente ao que “é dado e o que é pedido” e aberto contempla “um grau de

⁵ Neste artigo assumimos o termo tarefa para nos referirmos às tarefas matemáticas.

indeterminação significativo no que é dado, no que é pedido, ou em ambas as coisas” (Ponte, 2005, p. 8). E, como dissemos acima, as tarefas envolvem quatro tipos: exercício, problema, exploração e investigação, que descrevemos a seguir.

Os exercícios são tarefas que têm por objetivo consolidar os conhecimentos adquiridos, apresentando uma estrutura fechada, de grau de desafio reduzido, podendo ser realizados em um curto período. Os problemas, também de estrutura fechada, oferecem um grau de desafio elevado, pois além de consolidarem os conhecimentos adquiridos, promovem a realização de conexões e permitem uma experiência mais profunda, requerendo um tempo médio para serem solucionados. As tarefas de exploração são classificadas com grau de estrutura aberta e nível de desafio reduzido, que tem como objetivo auxiliar os alunos no desenvolvimento de novos conceitos, e também têm uma duração média. As tarefas investigativas, de estrutura aberta e nível de desafio elevado, são de duração média e buscam tanto aprofundar os conhecimentos já adquiridos quanto desenvolver novos conhecimentos (Ponte, 2005). O Quadro 1 sintetiza esta proposta de classificação.

Quadro 1 – Classificação de tarefas matemáticas

Tipos de tarefas	Grau de estrutura	Grau de desafio	Duração
Exercício	Fechado	Reduzido	Curta
Problema	Fechado	Elevado	Médio
Exploração	Aberto	Reduzido	Médio
Investigação	Aberto	Elevado	Médio

Fonte: Adaptado de Ponte (2005).

A classificação das tarefas pode auxiliar o professor na seleção, na adaptação e na proposição, no sentido de colaborar com as aprendizagens dos alunos, assegurando que não sejam subestimados, o que poderia causar o desinteresse, ou superestimados, o que poderia levar a frustrações. Neste sentido, Ponte (2005) enfatiza que uma mesma tarefa pode ser adaptada para atender a diferentes objetivos de aprendizagem, pois o que pode representar um problema para um aluno pode ser apenas um exercício para outro.

Mediante a seleção das tarefas, a definição, a adaptação, a resolução e a previsão das dificuldades dos alunos, durante o trabalho autônomo, o professor tem a oportunidade de encorajar o uso de diferentes representações, de desafiar modos de resolução, de propor outros questionamentos e de selecionar as diferentes resoluções, que serão

compartilhadas com toda a turma. Neste processo que envolve a resolução e a discussão coletiva, os alunos são incentivados a interagir e se comunicar, questionando, argumentando e apresentando outras representações em oposição às ideias de seus colegas e do próprio professor. Tais ações proporcionam que os alunos usem os conhecimentos anteriores como base para adquirirem novos e outros conhecimentos, na perspectiva de construção do conhecimento matemático (Ponte *et al.*, 2007).

Como alerta Serrazina (2021), é importante que o professor estimule a discussão das representações produzidas pelos alunos, pois é a partir das mesmas que os estudantes demonstram os raciocínios e a compreensão dos conceitos matemáticos. Por isso, os alunos são estimulados a verbalizar seus pensamentos e os professores podem questionar constantemente as ideias, as resoluções e os registros apresentados. Com esses entendimentos, ponderamos que “raciocinar matematicamente consiste em fazer inferências justificadas”, incluindo, também, “processos intuitivos, a formulação de novas ideias e a obtenção e validação de conclusões” (Mata-Pereira; Ponte, 2018, p. 783).

O processo de desenvolvimento do raciocínio dos alunos envolve diversas perspectivas, nomeadamente raciocínio dedutivo, indutivo e abdutivo. O raciocínio dedutivo corresponde a um conjunto de asserções justificadas de forma lógica, sem erros, chegando a uma conclusão essencialmente verdadeira. O raciocínio indutivo corresponde a formular conjecturas e generalizações a partir da observação de padrões e regularidades em diferentes casos particulares. O raciocínio abdutivo envolve o levantamento de hipóteses, a generalização, na perspectiva da formulação de conjecturas (Ponte; Quaresma; Mata-Pereira, 2020).

Dessa maneira, compreendemos que “é necessário saber quais as tarefas apropriadas ao desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos”, bem como, “considerar a própria prática profissional do professor, nomeadamente saber quais as ações de ensino que melhor apoiam o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos” (Mata-Pereira; Ponte, 2018, p. 782). Portanto, em uma abordagem exploratória do ensino de Matemática, as tarefas assumem um papel preponderante na sala de aula, pois promovem o desenvolvimento do conhecimento matemático, o raciocínio, dentre outros aspectos.

Percorso metodológico

A pesquisa desenvolvida é de natureza qualitativa, que, conforme Bogdan e Biklen (1994), apresenta algumas características que são: a fonte de dados, que faz parte do ambiente natural do pesquisador; é descritiva, pois os dados são produzidos por palavras ou imagens; os investigadores têm interesse pelo processo da pesquisa e não apenas pelos resultados; os dados são investigados de modo intuitivo, ou seja, a partir dos agrupamentos e dos significados produzidos pelos pesquisadores. De acordo com essas características, realizamos uma pesquisa interpretativa, em que os dados são analisados, considerando os referenciais e os autores, no sentido de interpretar e dialogar com as diversas vozes da pesquisa (Borba; Almeida; Gracias, 2019; Severino, 2013).

Tais ideias nos direcionaram a considerar uma vivência produzida no estágio de docência pela primeira autora, durante a frequência como discente em um curso de Pós-Graduação, Mestrado em Educação Matemática. Para a realização do estágio, as primeiras ações se desencadearam antes do início do semestre letivo de 2023/1, com a participação em reuniões de planejamento com a docente responsável pela disciplina, juntamente com a orientadora.

A disciplina Laboratório de Educação Matemática I (Lema I) está alocada no primeiro semestre do curso de Licenciatura em Matemática, envolvendo quatro créditos, com um total de 60 horas. Sendo a ementa da disciplina:

Laboratório de ensino e aprendizagem de Matemática. Construção e análise de materiais didáticos, com a elaboração de roteiros, envolvendo diferentes metodologias da educação matemática para o ensino de aritmética. Construção do número. Desenvolvimento de metodologias para o ensino das operações e dos conjuntos numéricos (PPC, 2019, p. 67).

Diante disso, foi acordado que a estagiária conduziria três aulas, além da participação e o acompanhamento de todas as ações desenvolvidas durante o semestre letivo. Os tópicos definidos para essas aulas foram: 1^a aula – Laboratório de Educação de Matemática (LEM); 2^a aula – Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o eixo números; 3^a aula – Frações. Para cada aula planejada, houve uma contextualização que incluiu teoria relacionada ao tópico definido, intercalada com tarefas matemáticas.

A seguir, no Quadro 2, trazemos as tarefas desenvolvidas na turma de oito alunos ingressantes, no turno da manhã, entre os meses de junho e setembro de 2023.

Quadro 2 – Tarefas matemáticas

Aula	Tarefa	Objetivo	Referência
------	--------	----------	------------

1º LEM - 19/06/23	I) Recorte de um quadrado de 8 cm por 8 cm. Dividir em dois trapézios e dois triângulos.	Desenvolver o raciocínio lógico-dedutivo.	Lorenzato, S. O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.
	II) Representar um número no ábaco.	Identificar o valor posicional dos algarismos representados nos números e trabalhar com a base decimal.	Elaborada pelas autoras.
	III) Jogo: Trilha dos restos.	Estimular os conhecimentos matemáticos: as quatro operações básicas, número primo, múltiplo e divisor de um número.	Jogos & Matemática UNIRIO.
2º BNCC e eixo números 26/06/23	IV) O problema dos quatro quatros.	Verificar diferentes possibilidades de resoluções com a matemática avançada, abordando o letramento matemático.	Tahan, M. O Homem que Calculava. 72. ed. Rio de Janeiro: Record, 2008.
	V) Jogo dos pontinhos.	Desenvolver habilidades estratégicas, cálculos mentais para ganhar o jogo.	Lucas, E. La Pipopippete: <i>Jeu de combinaisons</i> . Chambon e Baye. Constructeurs d'Appareils à calculer et de Jeux scientifiques. Paris, 1889.
3º Frações 04/09/23	VI) Problemas de fração como quociente.	Evidenciar o tipo de significado de fração.	Monteiro, C.; Pinto, H.; Figueiredo, N. As fracções e o desenvolvimento do sentido do número racional. Educação e Matemática, n. 85, p. 47-51, 2005.
	VII) Mapa mental sobre a Aula de frações.	Verificar a aprendizagem dos alunos.	Elaborada pelas autoras.

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Para este artigo, consideramos as três tarefas desenvolvidas na primeira aula de estágio de docência. Para a coleta dos materiais, destacamos alguns escritos dos alunos, fotografias, notas de campo da pesquisadora (estagiária), na perspectiva de registrar e analisar todo o processo, desde o desenvolvimento das tarefas até as atividades dos alunos. Diante da produção desses dados, realizamos algumas aproximações de forma intuitiva, considerando as quatro etapas indicadas por Oliveira, Menezes e Canavarro (2013) para abordagem exploratória. Isso nos levou a analisar os materiais, considerando a natureza das tarefas, conforme a classificação de Ponte (2005), e o ensino de Matemática, apoiados em Serrazina (2021) e Mata-Pereira e Ponte (2018). No Quadro 3, trazemos a escolha de categorias e subcategorias que emergiram da análise dos materiais com o apoio do referencial teórico.

Quadro 3 – Categorias e Subcategorias

Categorias	Subcategorias
Natureza das tarefas	a) exercício; b) exploração; c) investigação.
Ensino de Matemática	d) conhecimento matemático; e) desenvolvimento do raciocínio.

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Diante dessa organização, na próxima seção apresentamos as tarefas, com seus enunciados, alguns modos de resolução dos alunos e as possibilidades desencadeadas para o ensino de Matemática.

Resultados e discussões

Nesta parte, descrevemos as tarefas com os seus enunciados, destacando os objetivos, a natureza, o grau de desafio e modos de resolução dos alunos, além de algumas discussões sobre o ensino de Matemática, quanto ao conhecimento e raciocínio matemático. Destacamos que a primeira aula desenvolvida tinha como objetivo a compreensão do LEM como um espaço de ensino e aprendizagem da Matemática, estudando algumas concepções, objeções e materiais didáticos manipuláveis, a partir da leitura do primeiro capítulo de Lorenzato (2012) sobre o laboratório e os materiais didáticos manipuláveis. Diante dessa leitura e discussão, os alunos foram desafiados a resolver a tarefa proposta pelo autor, conforme trazemos na Figura 2.

Figura 2 – Enunciado Tarefa I

- b) Veja as figuras 1 e 2. Monte um quadrado de 8cm por 8cm. Divida-o em dois trapézios e dois triângulos, conforme mostra a figura 1, cuja área é 64cm^2 . Agora, com as mesmas quatro partes obtidas do quadrado, monte um retângulo, conforme mostra a figura 2,

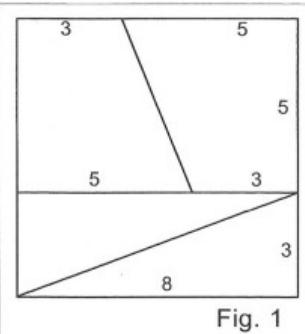


Fig. 1

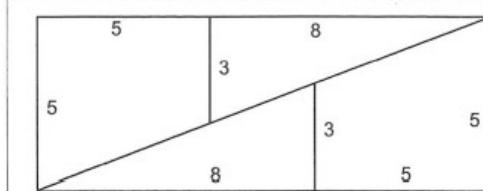


Fig. 2

Fonte: Lorenzato (2012, p. 15).

Seguindo como referência as quatro etapas para um ensino exploratório (Oliveira; Menezes; Canavarro, 2013), na introdução da tarefa a estagiária solicita que os alunos confeccionem o material e propõe o seguinte questionamento: Podemos provar qualquer propriedade matemática através de materiais manipuláveis? Para responder a esta pergunta, os alunos começaram a resolver, levantando algumas hipóteses e, principalmente, manipulando os materiais, conforme mostramos na Figura 3.

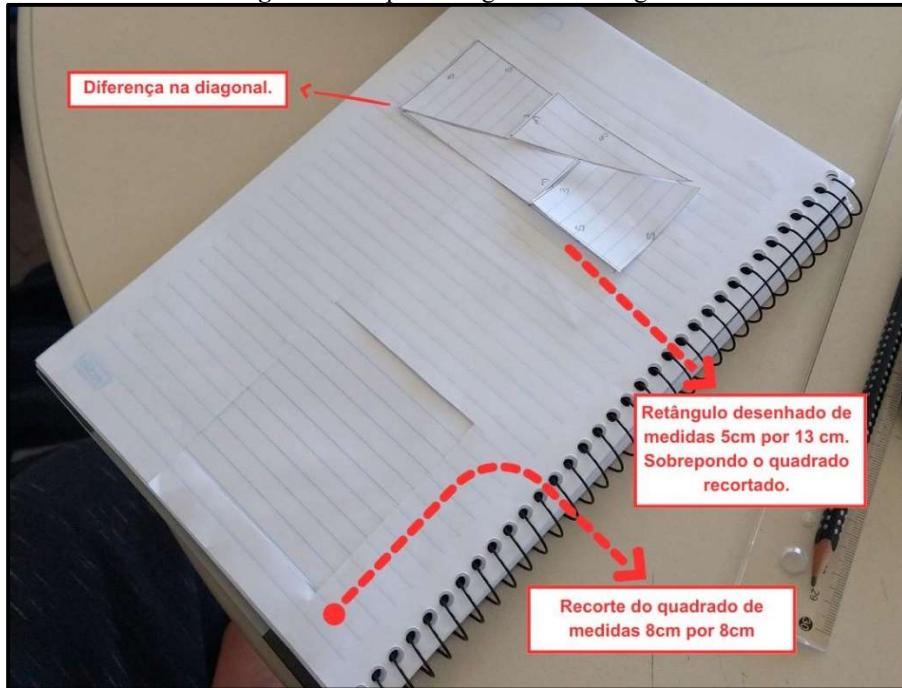
Figura 3 – Manipulação dos materiais para a resolução da Tarefa I



Fonte: Material produzido no estágio (2023).

No momento em que os alunos estavam resolvendo de forma autônoma a tarefa (segunda etapa), afirmavam que era possível provar qualquer propriedade matemática através de materiais manipuláveis. Isso nos levou a considerar que estavam se baseando somente na visualização do material. Esse foi um momento oportuno para iniciar a discussão coletiva, que incentiva os questionamentos, a explicação e o esclarecimento de “dúvidas, promovendo análise, confronto e comparação entre resoluções e identificando e colocando à discussão possíveis erros matemáticos das resoluções” (Serrazina, 2021, p. 4). Para o desenvolvimento desta etapa, a estagiária solicitou que os alunos desenhassem um retângulo, cujas medidas seriam 5 cm de largura e 13 cm de comprimento, e que o quadro recortado fosse sobreposto neste retângulo desenhado. Desta forma, conseguiram visualizar uma diferença na diagonal, como mostramos na Figura 4. A estagiária ainda questiona: Podemos dizer que todo quadrado é um retângulo? Mas nem todo retângulo é um quadrado?

Figura 4 – Suposta diagonal no retângulo



Fonte: Material produzido no estágio (2023).

Embora esta prova não fosse o principal objetivo da tarefa, foi possível discutirmos uma objeção ao uso apenas de materiais manipuláveis para o ensino de Matemática, sistematizando algumas aprendizagens que, de acordo com Serrazina (2021), se constituem na última etapa de uma aula na abordagem exploratória. Essas discussões, através de argumentos lógicos, com o uso de um raciocínio dedutivo, com justificações, podem ser percebidas pela sistematização produzida pela estagiária, juntamente com a participação dos alunos, conforme a resolução que destacamos na Figura 5.

Figura 5 – Sistematização no quadro

$$\begin{aligned}
 2 &= 1 \\
 a &= b \\
 a \cdot a &= a \cdot b \\
 a^2 \cdot b^2 &= ab - b^2 \\
 (a + b)(a - b) &= b(a - b) \\
 \frac{(a + b)(a - b)}{(a - b)} &= \frac{b(a - b)}{(a - b)} \\
 (a + b) &= b \\
 b + b &= b \\
 2b &= b \\
 \frac{2b}{b} &= \frac{b}{b} \\
 2 &= 1
 \end{aligned}$$

O que está errado? Temos que $a = b$ então $a - b = 0$. Mas não podemos dividir por zero.

Fonte: Material produzido no estágio (2023).

A partir desta sistematização, ficou claro para os alunos que as “conclusões baseadas apenas na intuição ou naquilo que se vê podem contrapor-se ao que o raciocínio lógico-dedutivo aponta como verdadeiro”, que é “fundamental para todos os estudos posteriores” (Lorenzato, 2012, p. 15). Diante disso, ao analisarmos esta tarefa, percebemos que seu grau de desafio é elevado, evidenciando uma tarefa do tipo investigativa, contribuindo para o desenvolvimento do conhecimento matemático e do raciocínio. Ou seja, uma tarefa com alto grau de desafio cognitivo, “pode conduzir a uma diversidade de estratégias que podem ser comparadas e avaliadas, resultando em interessantes discussões matemáticas em sala de aula” (Quaresma; Ponte, 2015, p. 299).

Seguindo com a aula, discutimos sobre os materiais didáticos, considerando que os alunos já construíram conhecimentos sobre o sistema de numeração decimal e iriam se colocar no lugar de futuros professores, a estagiária propõe a tarefa de representar o número 3.214 no ábaco. Da mesma forma que na tarefa anterior, considerou a abordagem exploratória e percebeu que os alunos começaram a fazer a representação rapidamente, sem muitas dificuldades. Porém, na resolução autônoma, a estagiária percebeu que havia um aluno que estava refazendo sua representação, pois estava iniciando a colocação dos materiais da esquerda para a direita (dezena de milhar; unidade de milhar; centena; dezena; unidade), como trazemos na Figura 6, que mostra parte da correção que estava fazendo, comparando com outro aluno.

Figura 6 – Representação no ábaco



Fonte: Material produzido no estágio, 2023.

Neste momento, a estagiária levantou um questionamento para a discussão coletiva: Qual número seria representado se as três peças fossem deixadas na posição da dezena de milhar e assim sucessivamente os outros números? Rapidamente os alunos

responderam: 32.140, inclusive o aluno que havia se equivocado na representação inicial. A estagiária chama a atenção que a ausência de peças na última unidade implicaria no número zero.

Ao analisar esta tarefa, destacamos que ainda pode existir algumas lacunas na aprendizagem da Matemática da Educação Básica e essas precisam ser discutidas nos cursos de formação de professores, pois os conhecimentos profissionais envolvem os conhecimentos matemáticos, curriculares, didáticos, dentre outros, que orientam e embasam a “prática do professor em sala de aula” (Richit; Ponte, 2020, p. 3). E, ainda, que a tarefa apresenta um grau de desafio reduzido, que pode ser caracterizada como um exercício, com pouca ênfase no desenvolvimento do raciocínio, mas pode proporcionar algumas aprendizagens do conhecimento matemático, de acordo com os conhecimentos prévios dos alunos. Como afirma Ponte (2005, p. 9), “um mesmo enunciado pode corresponder a uma tarefa de exploração ou a um exercício, conforme os conhecimentos prévios dos alunos”.

E, como tarefa final, foi proposto um jogo de tabuleiro, denominado “Trilha dos Restos”, que contém 51 casas, incluindo as casas “Início, Fim e 0 Tchau”, com números especificamente escolhidos entre 12 e 97, conforme a Figura 7.

Figura 7 – Tabuleiro do jogo



Fonte: Jogos & Matemática (2023).

Para a primeira etapa da abordagem exploratória, a introdução da tarefa, a estagiária solicita que os alunos se organizem em duplas e entrega um tabuleiro, um dado com os números 1, 2, 3, 4, 5 e 6 e dois peões (figurinhas de carros em papel), para cada dupla. Na sequência, explica o funcionamento do jogo, pedindo para que um aluno da

dupla inicie jogando o dado para sair da casa “Início” e se movimento de acordo com o número obtido. As movimentações seguintes do peão serão de acordo com os restos obtidos na divisão, sendo que o dividendo é o número da casa em que o peão está e o divisor é o número sorteado no dado. Desse modo, os alunos começaram a realizar as jogadas, conforme mostramos na Figura 8.

Figura 8 – Desenvolvimento da Tarefa III



Fonte: Material produzido no estágio (2023).

Durante a realização do trabalho autônomo, a primeira dupla que chegou à casa de número 60 prosseguiu com o jogo normalmente, lançando o dado uma, duas, três vezes, até que surgiu a pergunta: Qual número deve sair no dado para que eu possa avançar? Esse questionamento gerou uma discussão coletiva entre os alunos, sendo que um deles destacou que, independentemente do número sorteado no dado, o peão não avançaria, pois todos os números são divisores de 60. Os alunos pensaram que o jogo havia terminado, mas a estagiária explicou que havia uma outra regra que não tinha sido explorada, pois o objetivo era verificar se descobriam que o número 60 é múltiplo de: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Para isso, fizeram algumas jogadas até que perceberam a relação com os múltiplos e descobriram que se o peão caísse na casa de número 60, poderiam avançar seis casas, o que levou à continuação do jogo.

Quando todos finalizaram o jogo, para iniciar com a sistematização das aprendizagens, a estagiária perguntou se alguém havia caído na casa “0 Tchau”. Todos responderam que não, e comentaram que ao lançar o dado torciam para evitar cair nesta casa, pois deduziram que isso significaria sair do jogo. Em seguida, a estagiária questionou se havia alguma explicação matemática para isso ou se era apenas uma questão de sorte. Os alunos começaram a refletir e discutir, tentando encontrar uma

resposta para a pergunta. Percebendo que não estava claro, a estagiária novamente questiona: Qual é o número maior que pode ser sorteado no dado? E qual é o maior resto possível neste jogo? Eles identificaram que o número que poderia ser sorteado era seis e o maior resto possível era cinco, o que levou a analisarem os números das cinco casas anteriores à casa “0 Tchau”, que eram 40, 77, 34, 31 e 42. Então, perceberam que não seria possível cair nesta casa, pois nenhum dos restos permitia isso, como está apresentado na Tabela 1.

Tabela 1 - Registro dos restos da divisão de números naturais

Casas	Restos
40	0,0,1,0,0 e 1
77	0,1,2,1,2 e 5
34	0,0,1,0,0 e 4
34	0,1,1,3,1 e 1
42	0,0,0,2,2 e 0

Fonte: Material produzido no estágio (2023).

As ideias discutidas e registradas pelos alunos em relação aos restos da divisão foram relevantes, para que retomassem alguns conceitos matemáticos envolvendo números primos, critérios de divisibilidade (dois, três, quatro, cinco e seis). Ressaltamos que a tarefa envolvendo o jogo pode se constituir em uma tarefa exploratória ou um exercício, dependendo dos conhecimentos prévios dos alunos, principalmente em relação à divisão, à ideia de dividendo, divisor, quociente, resto, números primos, pares, ímpares. Ou melhor, a tarefa envolvendo o jogo, para alguns alunos foi de baixa exigência cognitiva, sendo considerada um exercício apenas, mas para outros alunos apresentou alta exigência cognitiva, exigindo que precisassem explorar, levantando hipóteses e possibilitando que estabelecessem relações com os conhecimentos anteriores e com os novos conhecimentos matemáticos (Ponte, 2005; Serrazina, 2021).

Considerações finais

Neste estudo, tivemos a preocupação em discutir sobre algumas tarefas matemáticas desenvolvidas com uma turma de licenciandos de um curso de Matemática, considerando: Como foram desenvolvidas as tarefas, na perspectiva da abordagem exploratória? Que tipos de tarefas matemáticas foram desenvolvidas?

Para o desenvolvimento de cada uma das três tarefas propostas na primeira aula, foram consideradas as quatro etapas da abordagem exploratória definida por Oliveira,

Menezes e Canavarro (2013) e Serrazina (2021). Considerando a primeira etapa, a introdução da tarefa, observamos que foi realizada brevemente, mas assegurando a adesão dos alunos na tarefa proposta, considerando a compreensão do enunciado, a organização dos alunos, de modo individual para as tarefas I e II, e em duplas na tarefa III. Na etapa de resolução autônoma, é possível observar que as ações da estagiária visavam a atividade do aluno, pois conforme Ponte (2005, p. 1) “o que os alunos aprendem resulta de dois factores principais: a actividade que realizam e a reflexão que sobre ela efectuam” e na preparação de um ambiente propício para a discussão, considerando o respeito e a receptividade de todas as resoluções. Nesta etapa, a estagiária levantava questionamentos, sugeria outras representações para solucionar as tarefas, solicitava alguns esclarecimentos das respostas dos alunos, sem corrigir ou impor as suas ideias, apenas conduzindo os alunos a pensarem nas suas resoluções, na perspectiva de vincular com os conceitos matemáticos.

Esses encaminhamentos e o papel docente desencadeado pela estagiária, possibilitaram que verificasse as diferentes estratégias de resoluções dos alunos, no sentido de prosseguir na terceira etapa, que envolve a discussão coletiva. Nesta etapa, é possível identificar que as ações tiveram o foco na qualidade Matemática, considerando as diferentes representações, pois os alunos ao compartilharem suas resoluções, até mesmo dúvidas, foram estimulados à construção do próprio conhecimento, do desenvolvimento do raciocínio e das habilidades de comunicação na justificação de suas conclusões. Ponderamos que, nesta etapa, os alunos tiveram a oportunidade de realizar aprendizagens uns com os outros e com a docente (estagiária).

Para a última etapa, que se refere à sistematização das aprendizagens, a estagiária procura realizar “uma síntese, na medida em que a sua principal intenção seria o estabelecimento de conexões com aprendizagens anteriores e o reforçar de alguns aspectos centrais do tópico em estudo” (Oliveira; Menezes; Canavarro, 2013, p. 48), avançando em conteúdos trabalhados na graduação, como foi a sistematização da tarefa I, bem como ressaltar o cuidado ao propor as tarefas e as possibilidades de exercerem a docência como futuros professores.

Para o segundo questionamento, observamos que a aula contou com tarefas do tipo exercício, exploração e investigação, oportunizando diferentes aprendizagens, conforme destaca Ponte (2005). De fato, com a Tarefa I os alunos tiveram oportunidade de trabalhar com diferentes representações, com o material manipulável e com conceitos da Matemática básica, calculando e comparando a área do quadrado e do retângulo, indo

para uma Matemática mais avançada, como o caso da prova Matemática. Neste caso, envolveram-se numa tarefa com grau de desafio elevado, proporcionado pela investigação que “são indispensáveis para que os alunos tenham uma efectiva experiência matemática” (Ponte, 2005, p. 17). Este tipo de tarefa pode promover o gosto pela descoberta, o uso de diferentes representações, contribuindo no desenvolvimento do conhecimento matemático e do raciocínio dos alunos.

Diferentemente, a tarefa II, considerada um exercício, serviu “para o aluno pôr em prática os conhecimentos já anteriormente adquiridos”, desencadeando “essencialmente, um propósito de consolidação de conhecimentos” (Ponte, 2005, p. 17). Essa vivência possibilitou que os alunos lembressem de conceitos aprendidos anteriormente, não restando dúvidas sobre o sistema decimal trabalhado. Já com a tarefa III, o jogo de tabuleiro, diferente das outras tarefas, foi realizada em dupla, com a ideia de competição, o que proporcionou momentos de descontração, estimulando o cálculo mental e o uso de estratégias para ganhar o jogo. Essa tarefa, “de natureza mais acessível (explorações, exercícios)”, possibilitou que os alunos tivessem “um elevado grau de sucesso, contribuindo para o desenvolvimento da sua autoconfiança” (Ponte, 2005, p. 17), do desenvolvimento do conhecimento e raciocínio matemático. Além disso, proporcionou que os alunos se colocassem como futuros professores, no sentido de perceberem o objetivo do jogo e as possíveis discussões que poderiam ser promovidas no ensino de Matemática da Educação Básica.

A análise de tarefas, na perspectiva da abordagem exploratória, diferencia-se de outras abordagens tradicionais, pois possibilita o envolvimento constante entre os alunos e o professor durante a aula, desmistifica-se a ideia do professor como detentor do saber e o aluno como resolvedor de exercícios apenas (Ponte, 2005). Diante dessa abordagem, a estagiária conduziu a aula como facilitadora em alguns momentos, no sentido de colaborar com os alunos, orientar, questionar e apoiar as diferentes resoluções, possibilitando um papel ativo aos mesmos na sua aprendizagem, mas, por outro lado, planejou e desenvolveu as tarefas com intencionalidade pedagógica e assumiu um papel importante na organização da aula, no questionamento, na seleção das tarefas e estratégias de resolução e na sistematização das aprendizagens (Serrazina, 2021).

E, para finalizar, destacamos outro aspecto importante, que não foi objeto de análise neste estudo, mas que é possível observar ao longo do desenvolvimento da aula, que se refere à seleção criteriosa das tarefas e o planejamento da aula em uma abordagem exploratória. Como afirmam Oliveira, Menezes e Canavarro (2013, p. 49), a “[...]

preparação cuidadosa da aula pela professora que permite flexibilidade na condução da aula, tomando decisões e fazendo alterações ao plano que estabeleceu, tendo em conta a atividade dos alunos”. Esse aspecto pode ser considerado em futuras produções, pois fez parte da vivência do estágio de docência.

Recebido em: 16/05/2024
Aprovado em: 26/03/2025

Referências

- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Portugal, Porto: Porto Editora. 1994.
- BORBA, M. de C.; ALMEIDA, H. R. Formiga Leite de; GRACIAS, T. A. S. de. *Pesquisa em ensino e sala de aula: diferentes vozes em uma investigação*. Autêntica Editora, 2019.
- CANAVARRO, A. P. Ensino Exploratório de Matemática: *Práticas e desafios. Educação e Matemática*. Lisboa, n. 115, 2011. p. 11-17.
- CYRINO, M. C. de C. T.; JESUS, C. C. de J. Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam matemática. *Ciência Educação*, Bauru, v. 20, n. 3, p. 751-764, 2014. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/1516-73132014000300015>
- JOGOS & MATEMÁTICA. Cursos e materiais gratuitos voltados para a formação continuada de professores que ensinam Matemática. UNIRIO. 2023. Disponível em: <https://www.jogosematematica.com.br/p%C3%A1gina-inicial>. Acesso em: 9 maio 2024.
- LORENZATO, S. *O laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores*. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. (Coleção Formação de Professores).
- MARTINS, M.; MATA-PEREIRA, J.; PONTE, J. P. Os desafios da abordagem exploratória no ensino da matemática: aprendizagens de duas futuras professoras através do estudo de aula. *Bolema*, Rio Claro, v. 35, p. 343-364, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n69a16>
- MATA-PEREIRA, J.; PONTE, J. P. Promover o raciocínio matemático dos alunos: uma investigação baseada em design. *Bolema*, Rio Claro, SP, v. 32, n. 62, p. 781-801, 2018. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v32n62a02>

OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. *Quadrante*, v. 22, n. 3, p. 1-25, 2013.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (ed.). *O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa: APM, 2005. p. 11-34.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M. As discussões matemáticas na aula exploratória como vertente da prática profissional do professor. *Revista da Faculdade de Educação*, Universidade do Estado de Mato Grosso, v. 23, ano 13, n. 1, 2015, p. 131-150.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA, J. Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula?. *Educação e Matemática, Associação de Professores de Matemática – APM*, [S. l.], nº 156, p. 7-11, 2020.

PONTE, J. P. da; QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA, J.; BAPTISTA, M. Exercícios, problemas e explorações: Perspetivas de professoras num estudo de aula. *Quadrante*, [S. l.], v. 24, n. 1.ª, p. 111-134, 2015.

PONTE, J. P.; SERRAZINA, L.; GUIMARÃES, H.; BREDA, A.; GUIMARÃES, F.; SOUSA, H.; MENESES, L.; MARTINS, M. E. G.; OLIVEIRA, P. *Programa de matemática do ensino básico*. Lisboa: ME/Direcção Geral da Inovação e Desenvolvimento Curricular (DGIDC), 2007.

PPC. Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática. UFPel, 2019. Disponível em: <<https://wp.ufpel.edu.br/mathematicadiurno/files/2020/02/PPC-2019-Matem%C3%A1tica-3800.pdf>>. Acesso em: 3 ago. 24.

QUARESMA, M.; PONTE, J. P. da. Comunicação, tarefas e raciocínio: aprendizagens profissionais proporcionadas por um estudo de aula. *Zetetiké*, [S. l.], v. 23, n. 44, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.20396/zet.v23i44.8646540>

RICHIT, A.; PONTE, J. P. Conhecimentos profissionais evidenciados em estudos de aula na perspectiva de professores participantes. *Educação em Revista*, Belo Horizonte, v. 36, p. 1-29, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/0102-4698190699>

SERRAZINA, L. Aprender Matemática com compreensão: raciocínio matemático e ensino exploratório. *Em Teia, Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, [S. l.], v. 12, n. 3, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.51359/2177-9309.2021.250302>

SEVERINO, A. J. *Metodologia do trabalho científico*. São Paulo: Cortez, 2013.

STEIN, M.; SMITH, M. Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: da investigação à prática (artigo original publicado em 1998). *Educação e Matemática*, [S. l.], nº 105, p. 22-28, 2009.

SMITH, M. S.; HUGHES, E. K.; ENGLE, R. A.; STEIN, M. K. Orchestrating discussions. *Mathematics Teaching in the Middle School*, [S. l.], v. 14, n. 9, p. 549-556, 2009.

STEIN, M. K.; ENGLE, R. A.; SMITH, M. S.; HUGHES, E. K. Orchestrating productive mathematical discussions: five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, [S. l.], v. 10, n. 4, 2008.

