

O problema didático do sistema de numeração decimal à luz da transposição didática

The didactic problem of the decimal number system in the light of didactic transposition

El problema didáctico del sistema numérico decimal a la luz de la transposición didáctica

Le problème didactique du système des nombres décimaux à la lumière de la transposition didactique

Vitoria Pereira Dourado¹

Universidade Federal do Pará (UFPA)

Graduada em Licenciatura Integrada em Ciências, Matemáticas e Linguagens

<https://orcid.org/0009-0005-0974-0229>

Gleison De Jesus Marinho Sodré²

Escola de Aplicação da Universidade Federal do Pará (EA/UFPA)

Doutor em Educação Matemática

<https://orcid.org/0000-0002-3993-4236>

Raquel Soares Do Rêgo Ferreira³

Secretaria de Estado de Educação do Pará (SEDUC-PA)

Doutora em Educação Matemática

<https://orcid.org/0000-0002-6718-1905>

Valéria Risuenho Marques⁴

Universidade Federal do Pará (UFPA)

Doutora em Educação Matemática

<https://orcid.org/0000-0002-5378-975X>

Resumo

Neste artigo conjecturamos, a partir da teoria da transposição didática e, mais amplamente, da teoria antropológica do didático, o problema didático da naturalização do sistema de numeração posicional decimal que invisibiliza, senão dificulta, parte dos saberes e de suas relações entre si, que dão sentido e significado em sua estruturação. Desse modo, objetivamos evidenciar o papel do estudo de uma situação em contexto potencialmente real como condição inicial provedora ao enfrentamento da naturalização dos numerais de agrupamentos decimais. Nesse contexto teórico-metodológico, é proposta a atividade de estudo e pesquisa como dispositivo didático envolvendo numerais não decimais para evidenciar e tratar dessa problemática. Para atender o enfoque da pesquisa sobre os numerais de agrupamentos decimais e não decimais, foi

¹ douradov36@gmail.com

² gleisonsodre@ufpa.br

³ raquellrego@gmail.com

⁴ vrisuenho@ufpa.br

realizada uma empiria com alunos do ensino básico por meio do estudo de uma situação problema, por esta incluir a razão de ser ou a racionalidade que dá sentido em (re)significar as atividades matemáticas. Os resultados encontrados na empiria ratificam nossas hipóteses sobre o importante papel estratégico desempenhado pela situação problema, como provedora de condições indispensáveis para construção e ampliação da qualidade de relações dos alunos com diferentes objetos de saberes. Além disso, estimulam futuras pesquisas com os numerais, principalmente, com o uso de materiais manipuláveis ao alcance dos alunos do ensino básico, de modo a dar relevância aos saberes da prática social de quantificação como gênese estruturante de vários objetos do conhecimento matemático.

Palavras-chave: Transposição didática, Sistema de numeração decimal, Situação-problema.

Abstract

In this article, based on the theory of didactic transposition and, more broadly, the anthropological theory of the didactic, we conjecture the didactic problem of the naturalization of the decimal positional numbering system, which renders invisible, if not difficult, part of the knowledge and its relationships with each other, which give meaning and significance to its structuring. In this way, we aim to highlight the role of studying a situation in a potentially real context as an initial condition for tackling the naturalization of numerals in decimal groupings. In this theoretical-methodological context, the study and research activity is proposed as a didactic device involving non-decimal numerals to highlight and deal with this problem. In order to address the focus of the research, on decimal and non-decimal numerals, an empirical study was carried out with elementary school students through the study of a problem situation, as this includes the *raison d'être* or rationality that gives meaning to (re)signifying mathematical activities. The results found in the empirical study confirm our hypotheses about the important strategic role played by the problem situation, as a provider of indispensable conditions for building and expanding the quality of students' relationships with different objects of knowledge. In addition, they encourage future research into numerals, especially with the use of manipulable materials available to elementary school students, to give relevance to the knowledge of the social practice of quantification as the structuring genesis of various objects of mathematical knowledge.

Keywords: Didactic transposition, Decimal number system, Problem situation.

Resumen

En este artículo, a partir de la teoría de la transposición didáctica y, más ampliamente, de la teoría antropológica de lo didáctico, conjeturamos el problema didáctico de la naturalización del sistema de numeración posicional decimal, que vuelve invisible, cuando no difícil, parte del conocimiento y de sus relaciones entre sí, que dan sentido y significado a su estructuración. De esta forma, pretendemos destacar el papel del estudio de una situación en un contexto potencialmente real como condición inicial para abordar la naturalización de los numerales en las agrupaciones decimales. En este contexto teórico-metodológico, la actividad de estudio e investigación se propone como un dispositivo didáctico que involucra numerales no decimales para evidenciar y abordar esta problemática. Para abordar el foco de la investigación, sobre los numerales decimales y no decimales, se realizó un estudio empírico con alumnos de primaria mediante el estudio de una situación problema, ya que ésta incluye la razón de ser o fundamento que da sentido a las actividades matemáticas (re)significantes. Los resultados encontrados en el estudio empírico confirman nuestras hipótesis sobre el importante papel estratégico que desempeña la situación problema como proveedora de condiciones indispensables para construir y ampliar la calidad de las relaciones de los alumnos con los diferentes objetos de conocimiento. Además, animan a futuras investigaciones sobre los numerales, especialmente con el uso de materiales manipulables al alcance de los alumnos de primaria, para dar relevancia al conocimiento de la práctica social de la cuantificación como génesis estructurante de diversos objetos de conocimiento matemático.

Palabras clave: Transposición didáctica, Sistema numérico decimal, Situación problemática.

Résumé

Dans cet article, en nous appuyant sur la théorie de la transposition didactique et, plus largement, sur la théorie anthropologique du didactique, nous conjecturons le problème didactique de la naturalisation du système de numération positionnelle décimale, qui rend invisible, voire difficile, une partie des savoirs et de leurs relations entre eux, qui donnent du sens et de la signification à leur structuration. De cette façon, nous voulons mettre en évidence le rôle de l'étude d'une situation dans un contexte potentiellement réel comme condition initiale pour aborder la naturalisation des chiffres dans les groupements décimaux. Dans ce contexte théorico-méthodologique, l'activité d'étude et de recherche est proposée comme un dispositif didactique impliquant des nombres non décimaux pour mettre en évidence et traiter ce

problème. Afin de répondre à l'objectif de la recherche sur les nombres décimaux et non décimaux, une étude empirique a été menée avec des élèves de l'école primaire en étudiant une situation-problème, puisque celle-ci comprend la raison d'être ou le raisonnement qui donne un sens aux activités mathématiques (re)signifiantes. Les résultats de l'étude empirique confirment nos hypothèses sur le rôle stratégique important joué par la situation-problème en tant que fournisseur de conditions indispensables à la construction et à l'expansion de la qualité des relations des élèves avec différents objets de connaissance. En outre, ils encouragent les recherches futures sur les chiffres, en particulier avec l'utilisation de matériel manipulable à la disposition des élèves de l'école primaire, afin de donner de la pertinence à la connaissance de la pratique sociale de la quantification en tant que genèse structurante de divers objets de la connaissance mathématique.

Mots-clés : Transposition didactique, Système de numération décimale, Situation-problème.

O problema didático do sistema de numeração decimal à luz da transposição didática

O ensino dos objetos do conhecimento matemático escolar tem se configurado como temas de interesse de diferentes pesquisadores da área da educação matemática, preocupados com a aprendizagem desses objetos, em particular, e de nosso interesse, sobre o sistema de numeração decimal (SND), como demonstram, por exemplo, Lerner e Sadovsky (1996), Sadovsky (2005), Terigi e Wolman (2007), Itzcovitch (2008), Lendínez, Garcia e Sierra (2017), Sierra e Gascón (2018), Ferreira e Guerra (2020) e Ferreira (2020).

De acordo com Ferreira (2020) e Ferreira e Guerra (2020), diferentes civilizações, como os egípcios, gregos, romanos e maias, entre outras, contribuíram para a construção histórica do Sistema de Numeração Hindu–Árabe, também conhecido por SND. Sua importância na ordenação e na organização no uso das diferentes atividades humanas, reconhecida pela cultura, pode ser compreendido como um *saber sábio*, no sentido proposto por Chevallard (2005), isto é, como um saber eleito pela cultura, e não necessariamente por ‘acadêmicos’, com a clareza de “que o título de sábio não pertence intrinsecamente ao saber. Ele é concedido pela cultura e pode ser perdido. Em resumo, um saber não é sábio porque seus produtores são ‘acadêmicos’: é exatamente o contrário que é verdadeiro⁵ (Chevallard, 2005, p. 162, grifos do autor, tradução nossa).

Talvez por isso Ferreira e Guerra (2020, p. 2) destacam, a partir das observações de Ifrah (1985), que “esse sistema teria sido trazido pela civilização Árabe até a Europa, em meados do século VII, de onde foi difundido para as demais civilizações, tornando-se dominante hoje no mundo”. A importância social e cultural sobre o uso do SND para atender a organização de diferentes práticas sociais, dentre elas, a da escola básica, por exemplo, coloca centralidade ao ensino do SND como um objeto do conhecimento. Por conta disso:

Parece não haver dúvidas de que o ensino nas escolas básicas deve contemplar o sistema de numeração decimal – SND, pois os numerais decimais se mostram no seio de nossa sociedade como saber indispensável para o enfrentamento de diferentes práticas rotineiras e de especialistas de diferentes áreas de conhecimento da humanidade e, entre elas, a do conhecimento fundamental para o desenvolvimento da matemática escolar (Ferreira, 2020, p. 26).

Sob esse olhar, o SND, ao transversalizar o currículo da escola básica, ocupa, segundo Terigi e Wolman (2007), um lugar estratégico no currículo de matemática de vários países desde os anos iniciais da formação dos alunos, embora, segundo estas autoras, esse objeto do

⁵ Fragmentos do texto: [...] que el título de sabio no pertenece jamás *intrínsecamente* a un saber. Es otorgado por la cultura y puede perderse. En resumen, un saber no es sabio porque sus productores sean “académicos”: es exactamente lo inverso lo que es cierto.

conhecimento seja tomado como problemático em seu ensino e, assim, responsável por baixos desempenhos dos alunos na compreensão sobre o SND. Nesse sentido, “o fracasso escolar provoca a necessidade de uma análise do ensino regular que permita uma melhor compreensão dos fatores não favoráveis que podem estar atuando nas situações de ensino”⁶ (Terigi & Wolman, 2007, p. 63, tradução nossa).

Nesse caminhar, alguns pesquisadores têm evidenciado problemáticas sobre o ensino do SND, dentre eles, Lerner e Sadovsky (1996), Sadovsky (2005), Terigi e Wolman (2007), Itzcovitch (2008), Lendínez, Garcia e Sierra (2017), Sierra e Gascón (2018), Ferreira e Guerra (2020), Ferreira (2020), sobretudo, em função de um olhar não crítico, como pontuam Sierra e Gascón (2018), sobre os diferentes objetos de ensino tratados na escola básica, em geral, sem maiores questionamentos dos saberes. “É mais difícil encontrar trabalhos em que se tome o questionamento da matemática escolar como ponto de partida para abordar o problema da formação de professores” (Sierra & Gascón, 2018, p. 81, tradução nossa).

Na esteira dessa construção sinalizada por Sierra e Gascón (2018), que consideraram necessário o questionamento dos objetos de saberes, incluindo entre esses objetos o SND, Sadovsky (2005) expressa em seus destaques que o processo de ensino-aprendizagem é “condicionado não só por fatores sociais, mas também por uma certa visão dos modos como o conhecimento circula dentro das aulas. Rever a matemática que vive na escola, interrogá-la, analisá-la, é essencial para conceber outros cenários” (Sadovsky, 2005, p. 13) que permitam, de algum modo, propor desafios para o aluno por meio de situações de ensino.

Nosso interesse na escolha do SND vai ao encontro do que apresentam Terigi e Wolman (2007), por este ser estratégico no processo da formação matemática dos alunos na escola, o que demanda a criação ou recriação de organizações didático-matemáticas para o ensino do SND, pois:

A limitação do trabalho didático a alguns números da série, apresentando-os um a um sem avançar até dominar o nome e a disposição correta de cada um, ou mostrar apenas uma forma – a convencional – de resolver operações, impossibilita o acesso das crianças ao mundo de relações que a notação numérica acarreta e coloca em risco não só a sua aprendizagem sobre o mesmo, mas também as suas possibilidades futuras de apropriação de novos conhecimentos matemáticos⁷ (Terigi & Wolman, 2007, p. 65, tradução nossa).

⁶ Fragmentos do texto: El fracaso escolar provoca la necesidad de un análisis de la enseñanza habitual que permita comprender mejor los factores productivos que puedan estar operando en las situaciones de enseñanza.

⁷ Fragmento do texto: *Limitar el trabajo didáctico a unos pocos números de la serie presentándolos de uno en uno sin avanzar hasta que no se domine el nombre y el correcto trazado de cada uno, o mostrar un único modo –el convencional– de resolver las operaciones, hace imposible que los niños accedan al mundo de relaciones que*

De acordo com as autoras supracitadas, a noção do SND enquanto objeto de ensino não tem como finalidade a tradução meramente de quantidades em formas gráficas. Apontam, portanto que o seu uso como instrumento para representação de quantidades físicas do mundo real socialmente compartilhado ocorre, sobretudo, pela necessária desnaturalização do SND a ser ensinado na escola básica.

Esse olhar não parece presente somente nos destaques de Terigi e Wolman (2007), pois nas abordagens de Itzcovich (2008) observamos que há pressuposições sobre a complexidade que envolve o ensino dos numerais decimais⁸ na escola, enquanto objeto-produto da cultura humana utilizado de maneira natural ou como não problemático. Assim, “o fato de o sistema de numeração ser um conhecimento que utilizamos constantemente, por vezes, faz-nos perder de vista a complexidade que o seu funcionamento acarreta e as dificuldades que, conseqüentemente, quem está a tentar aprender este objeto matemático pode encontrar”⁹ (Itzcovich, 2008, p. 31, tradução nossa).

Em suas análises, Itzcovich (2008, p. 31, tradução nossa), destaca que:

Nosso sistema de numeração é uma criação cultural com características próprias, que diferem de outros sistemas pertencentes a outras culturas. Como qualquer objeto de construção cultural, é uma convenção e, como tal, arbitrária; portanto, a possibilidade de esse sistema ser aprendido pelas novas gerações depende do ensino¹⁰.

O extrato de texto de Itzcovich (2008) parece evidenciar que o suposto sucesso da aprendizagem dos numerais depende do ensino, isto é, da possibilidade de criação de organizações matemáticas voltadas para atender, mesmo que parcialmente, às necessidades do ensino do SND no contexto das atividades da matemática escolar.

Nesse aspecto, parece-nos que a criação de condições para o ensino do SND pode se mostrar indispensável ao ensino escolar, pois “no início da educação matemática escolar, quando as crianças entram no ensino básico ou fundamental, o SN é o elemento-chave”, tendo em conta o suposto papel dessas condições, especialmente pelo fato de que essas “[...] não

supone la notación numérica, y pone en riesgo no sólo sus aprendizajes sobre el sino sus SN posibilidades futuras de apropiación de nuevos conocimientos matemáticos.

⁸ A expressão *numerais decimal* é aqui adotada como sendo os numerais inteiros não negativos de agrupamentos decimais ou simplesmente de base numérica dez.

⁹ Fragmento do texto: *El hecho de que el sistema de numeración sea un conocimiento que utilizamos permanentemente, a veces, nos hace perder de vista la complejidad que encierra su funcionamiento y las dificultades que, en consecuencia, pueden encontrar aquellos que están intentando aprender este objeto matemático.*

¹⁰ Fragmento do texto: *Nuestro sistema de numeración es una creación cultural con características propias, que difieren de las de otros sistemas pertenecientes a otras culturas. Como cualquier objeto de construcción cultural, es una convención y, como tal, arbitraria; por lo tanto, al posibilidad de que este sistema pueda ser aprendido por las nuevas generaciones depende de la enseñanza.*

podem ser enumeradas a priori: a sua descoberta é progressiva [...]” (Chevallard, 2009, p. 12, tradução nossa). Essas condições devem também serem entendidas como possibilidades para o enfrentamento da naturalização dos numerais decimais, como recomendam Terigi e Wolman (2007) e Ripoll *et al.* (2016).

Na esteira dessa construção, Ripoll *et al.* (2016) revelam a naturalização dos numerais como um dos problemas que “têm sido frequentemente evitados ou suprimidos no ensino de matemática, quando os conceitos matemáticos são artificialmente naturalizados, isto é, quando sua natureza e necessidade são assumidas como dadas” (Ripoll *et al.* 2016, p. XX).

Talvez por isso, Itzcovich (2008) alerte que alguns esforços foram empreendidos a fim de minimizar a complexidade do ensino dos numerais: “em algumas dessas tentativas oscilamos entre uma banalização e uma naturalização do objeto. Ou seja, transforma-se ao banalizá-lo como se não fosse complexo e, ao mesmo tempo, é tratado como se a sua apropriação fosse natural ou espontânea”¹¹ (Itzcovich, 2008, p. 32, tradução nossa).

De acordo com Itzcovich (2008), as regras do sistema de numeração, longe de serem naturais, são produtos de um fazer humano intencional, e, como tal, o autor chama atenção ao grande desafio para o ensino desse objeto, por sua aproximação ao universo de conhecimentos do mundo real dos alunos, o que pode exigir ou demandar esforços do professor para criar situações de ensino que tornem possível a desnaturalização do conhecimento dito “adulto”.

De outro modo, “o problema didático consiste em encontrar as situações adequadas para tornar essas regras explícitas às crianças”¹² (Itzcovich, 2008, p. 34, tradução nossa), o que nos encaminha à problemática de interesse da teoria da transposição didático-institucional (Chevallard, 2005; 2019), aqui assumida como aporte teórico, ao colocar em evidência o questionamento dos saberes por meio de uma questão despretensiosa, mas bastante abrangente. Segundo Chevallard (2019), sua compreensão pode ser parafraseada da seguinte maneira: *o que é isso que você chama de SND?*, isto é, qual é a “versão” de saber do SND que vive na escola?, por exemplo. Esse questionamento de interesse da teoria da transposição didática também é veementemente recomendado por Ferreira (2020, p. 35), ao expressar a necessidade de:

Questionar os numerais decimais enquanto produto de uma atividade de transposição didática, aqui entendida como o trabalho de transformações e de adaptações de saberes relativos aos numerais decimais para serem ensinados, tendo em conta suas relações

¹¹Fragmentos do texto: *En algunos de esos intentos, se oscila entre una banalización y una naturalización del objeto. Es decir, se lo transforma banalizando como si no fuera complejo y, al mismo tiempo, se lo trata como si su apropiación fuera natural o espontánea.*

¹² Fragmento do texto: *El problema didáctico consiste en encontrar las situaciones adecuadas para explicitar estas reglas a los niños.*

com os outros conhecimentos matemáticos e não matemáticos, inclusive não disciplinares, que podem contribuir para uma organização didática que atendam às necessidades do ensino e, em consequência, da aprendizagem.

A descrição sobre o SND, a partir da teoria da transposição didática, pode ser parafraseada nos seguintes termos: o que é que se chama de SND? De onde vem o SND? Como o SND é legitimado epistemologicamente? Ou o SND terá que ser reconstruído? Esses desdobramentos são também destacados por Terigi e Wolman (2007), Itzcovich (2008), Ripoll et al. (2016), Ferreira e Guerra (2020) e Ferreira (2020), ao reiterarem a necessidade de construções de situações para o ensino, de modo a atender, mesmo que parcialmente, a complexa naturalização desse objeto.

Sob esse viés, a “teoria da Transposição Didática postula dois princípios fundamentais. O primeiro é que a versão de um conhecimento escolar e de um conhecimento acadêmico são quase sempre diferentes” (Chevallard, 2019, p. 73, tradução nossa), o que pode levar a algumas distorções sobre as noções de números e numerais - como se uma fosse a outra e vice-versa, em geral, com a prevalência da noção de número, segundo orientações dos documentos oficiais da matemática dita “acadêmica” - sem observar, em nosso entendimento, que a referência à suposta ideia de números é associada de maneira dominante no ensino escolar em estreita relação com objetos do mundo real.

Nas instituições escolares há uma “especificidade do funcionamento didático, de sua própria natureza, irreduzível, sem mediações, ao funcionamento ‘laico’ do saber correspondente na ‘comunidade acadêmica’” (Chevallard, 2005, p. 76, grifos do autor, tradução nossa). Isto é, na instituição escolar, os saberes devem ser “constituídos por uma certa contradição passado/futuro” (Chevallard, 2005, p. 76, grifos do autor, tradução nossa) na qual o objeto de ensino deve “aparecer como um objeto com duas caras, contraditórias entre si” (Chevallard, 2005 p. 77, grifos do autor, tradução nossa).

Partimos do pressuposto de que o estudo de situações em contextos potencialmente reais com numerais não decimais, isto é, em outras bases numéricas distintas da base de agrupamento decimal, pode prover condições mínimas para a desnaturalização do SND, tendo em vista as recomendações pontuadas por Ferreira (2020, p. 8) para “a concepção e construção de organizações praxeológicas sobre os numerais decimais para o ensino dos anos iniciais do fundamental, sob a compreensão aqui desenvolvida, para fins de validação experimental em sala de aula”. Assim, objetivamos evidenciar o papel do estudo de uma situação em contexto potencialmente real como condição inicial provedora ao enfrentamento da naturalização dos numerais decimais.

Os numerais como “versão” de um saber para a escola

O processo de estudos dos numerais na escola básica, como produto de práticas sociais de quantificação de grandezas físicas, embora pareça enclausurado sob a ótica da noção de números, no sentido da matemática ‘acadêmica’ - e como propõe as recomendações dos documentos oficiais, tal como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018) - pode colocar em jogo a gênese histórico-epistemológica, pela ação da contagem de objetos reais para a construção dos numerais, e, em consequência, revelar parte da complexidade da estruturação dos numerais decimais.

Sob esse olhar que incide sobre o problema didático da naturalização dos numerais de agrupamentos decimais, dotado de suas complexidades em sua estruturação, como reconhecem Itzcovich (2008), Terigi e Wolman (2007) e Ripoll *et al.* (2016), é importante observar as estreitas relações entre os saberes matemáticos e não matemáticos, inclusive os saberes não disciplinares, segundo Ferreira (2020).

Nesse caminhar, o sistema de numeração “como instrumento social implica que a análise deste objeto necessária à concepção do seu ensino não se limite ao conhecimento dos seus aspectos matemáticos; Requer colocar em jogo outros conhecimentos que não são os do especialista na área matemática”¹³ (Terigi & Wolman, 2007, p. 68, tradução nossa).

Esse olhar parece caminhar ao encontro da noção dos numerais utilizados na escola, embora esse objeto seja descrito em alguns casos como sendo números, como apontam Ferreira e Guerra (2020) e Ferreira (2020), especificamente no sentido adotado pela instituição da matemática acadêmica, que parece rejeitar a noção de numeral, cujo caminhar é também reiterado, em nosso entendimento, pela BNCC (Brasil, 2018) quando assim destaca sobre a unidade temática de números:

A unidade temática Números tem como finalidade desenvolver o pensamento numérico, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades. No processo da construção da noção de número, os alunos precisam desenvolver, entre outras, as ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem, noções fundamentais da Matemática. Para essa construção, é importante propor, por meio de situações significativas, sucessivas ampliações dos campos numéricos. No estudo desses campos numéricos, devem ser enfatizados registros, usos, significados e operações (Brasil, 2018, p. 268).

¹³ Fragmento do texto: *Como instrumento social implica que el análisis de este objeto que se requiere para diseñar su enseñanza no se agota en el conocimiento de sus aspectos matemáticos; requiere poner en juego otros saberes que no son los del especialista en el campo matemático.*

O extrato de texto deixa claro que, durante o processo da construção da noção de números, os alunos precisam desenvolver ideias matemáticas que, em nosso entendimento, estão muito próximas de ideias fundamentadas nas práticas da matemática acadêmica, cujo foco dado por essa unidade temática incide na ênfase a registros, usos, significados e operações, despistando, em nossa compreensão, a não visibilidade da prática social de quantificação como gênese para estruturação dos numerais e desenvolvendo outros saberes utilizados em diferentes práticas sociais, como a matemática escolar e a matemática acadêmica.

Esse olhar reforça, em nosso entendimento, uma possível existência entre as relações de poderes institucionais que “pairam” pela antiga dicotomia entre as noções de números e numerais, em alguns casos, tomadas como se uma noção fosse a outra e vice-versa. É necessário entender que a noção de números concebida pela instituição da matemática “acadêmica” não está em jogo quando se recorre à noção de contagem que envolve o uso de objetos do mundo real. Nesse sentido, a noção de números, além de não se confundir com a de numerais, assumida pela matemática escolar, não necessariamente é dependente de relações com objetos do mundo real, pois:

É preciso destacar que o ensino da matemática escolar frequentemente se deixa influenciar por compreensões da matemática acadêmica e a noção de números é uma delas. As duas últimas compreensões estão presentes em diferentes organizações para o ensino de números, sendo que uma das principais preocupações reside em buscar diferenciar número de numeral, como se isso fosse simples e fácil (Ferreira, 2020, p. 92).

Vale ressaltar que, embora a noção de número seja recomendada por documentos oficiais do currículo do ensino básico como a BNCC, e pareça dominante como discurso das práticas de ensino da matemática escolar, ela é distinta da noção de numerais disponível nas diferentes práticas sociais. Assim, como tal, é provida da dependência de outros saberes, inclusive dos não matemáticos presentes em sua estruturação, como alertam Itzcovich (2008) e Ferreira (2020). Por conta disso:

A noção de número matemático não está em jogo quando recorremos a contagem e isso tem implicações quando tratamos de objetos concretos ou sensíveis – que podem ser entendidos como os objetos que se contam, no caso uma unidade de grandeza, como também o processo de contagem e, de modo indispensável, de objetos sensíveis que são manipulados segundo as quantidades para produzir novos objetos sensíveis manipuláveis de acordo com novas quantidades (Ferreira, 2020, p. 97).

Talvez por isso Ferreira (2020, p. 100) acrescente que “os numerais adjetivados são produtos de ações sobre quantidades físicas e somente são alcançados com um modo de contar

e um sistema de numeração em consonância com esse processo”, cujo caminhar destaca o importante papel dado à matemática escolar “como ferramenta de leitura de mundo” (Ferreira, 2020, p. 100), a partir das ideias coordenadas pelo numeral, dotado de unidades físicas para o processo de quantificação.

De modo a explicitar parte dessa complexa distinção, recorremos a Wittgenstein (1987) ao destacar as proposições da matemática praticada nas instituições acadêmicas, uma vez que não se confundem com as proposições matemáticas compartilhadas por instituições que tratam de problemas do mundo real ou que se esforçam para ensinar o uso de objetos matemáticos como instrumentos para leituras do mundo real, pois “isso não significa de forma alguma que as proposições da matemática cumpram a função de proposições empíricas” (Wittgenstein, 1987, p. 322, tradução nossa).

O extrato de texto supracitado de Wittgenstein (1987) pode ser exemplificado por meio de uma operação aditiva entre dois entes numéricos: $(2 + 3)$. Do ponto de vista da instituição da matemática “acadêmica”, essa operação aditiva entre os dois entes pode admitir outra resposta numérica distinta do ente numérico designado por 5 (cinco), inclusive, passível de admitir qualquer outra resposta, como 0 (zero), por exemplo, dependendo do tipo de operação em que é definida.

Por outro lado, do ponto de vista das práticas sociais com objetos do mundo real, outro resultado da operação entre quantidades físicas, tais como: 2 canetas + 3 canetas = 5 canetas, pode ser inconcebível ou até mesmo causar estranhamento social, caso a resposta admitida seja diferente do numeral que expressa a quantidade 5 (cinco).

Ademais, o extrato de texto de Wittgenstein (1987) busca dar visibilidade sobre as proposições matemáticas independentem das proposições compartilhadas no mundo real, como o que frequentemente parece ocorrer em sala de aula quando o professor, em sua ação didática, aponta para uma quantidade de objetos físicos (quantidade de carteiras, quantidade de lápis, etc.,) e, em seguida, registra um dado numeral para expressar a referida quantificação. Desse modo:

É preciso insistir que os numerais não são obras de matemáticos em seu universo platônico, mesmo quando entendidos como aglomerados de “uns”, mas sim obras humanas com propósitos de construir respostas às questões que emergem em situações no interior de espaços sociais, nas relações do homem com o mundo, com os outros e consigo mesmo (Charlot, 2003). Os numerais são ferramentas desenvolvidas pelo homem para os homens tornarem possíveis suas diferentes práticas necessárias às suas atividades (Ferreira, 2020, p. 95).

Assim, parece útil, senão indispensável, a criação de condições, no sentido da transposição didático-institucional (Chevallard, 2005; 2019) e, mais amplamente, da ciência didática, pois “as condições são objetos de estudo da didática, não podem ser enumeradas a priori: a sua descoberta é progressiva e a compreensão de seu papel na difusão de uma determinada entidade do saber são os objetivos permanentes da pesquisa em didática” (Chevallard, 2009, p. 12, tradução nossa) para tornar possível a desnaturalização dos numerais decimais, o que nos remete a:

Questionar as organizações didáticas sobre os numerais decimais, quer dizer questionar enquanto produto de uma atividade de transposição didática, aqui entendida como o trabalho de transformações e adaptações de saberes relativos aos números decimais para ser ensinado, tendo em conta suas relações com os outros conhecimentos matemáticos e não matemáticos, inclusive não disciplinares, que podem contribuir para uma organização didática que atendam às necessidades do ensino e, em consequência, da aprendizagem (Ferreira, 2020, p. 255).

Na linha de atender ao objetivo de nossa investigação, recorreremos a um recorte empírico frente a um coletivo de alunos da escola básica, ao considerar a realização de uma Atividade de Estudos e Pesquisa (Bosch & Gascón, 2010) como instrumento metodológico da pesquisa, cujo caminhar pode levar o sujeito a eventuais mudanças na *qualidade de relações* (Chevallard, 2005) com o estudo dos numerais decimais, e assim, desnaturalizar, mesmo que parcialmente, o SND por meio da criação das condições para o estudo.

Elementos teórico-metodológicos da investigação

Os fundamentos teórico-metodológicos desta investigação se assentam em evidenciar e tratar, mesmo que parcialmente, de uma problemática didática reconhecida por diferentes autores da literatura da área (Sadovsky, 2005; Terigi & Wolman, 2007; Itzcovitch, 2008; Ripoll *et al.* 2016; Ferreira & Guerra, 2020; Ferreira, 2020; Guerra & Ferreira, 2022) da naturalização dos numerais de agrupamentos decimais, por meio de noções da teoria da transposição didática e, de maneira mais ampla, a partir de noções da teoria antropológica do didático (TAD) (Chevallard, 1999), mais precisamente, ao considerar a noção de Atividade de Estudos e Pesquisa (AEP) (Bosch & Gascón, 2010), assumida como dispositivo didático para tratar da problemática do ensino escolar do SND. Nesse sentido, a noção do AEP:

Retoma uma preocupação inerente à teoria das situações didáticas em sua proposta de reconstrução funcional dos conhecimentos matemáticos a partir de ‘situações fundamentais’, cujo objetivo é situar a ‘razão de ser’ ou o ‘sentido’ desses conhecimentos no centro do processo de estudos (Bosch & Gascón, 2010, p. 77, tradução nossa).

Na didática da AEP, é necessário destacar de maneira explícita a questão geratriz do processo de estudo, cujos desdobramentos se orientam, nesta investigação, por uma condição inicial a partir de uma situação inusitada, em contexto potencialmente real, com uso dos numerais não decimais, “recriado” para atender intencionalidades do ensino, sob o olhar da transposição didática (Chevallard, 2005, 2019), a partir do tipo de problema proposto por Ferreira (2020) e Ferreira e Guerra (2020):

Um “disco voador” chega de um planeta tripulado com seres parecidos com os humanos, possuindo I boca, V olhos e Z membros. Estes seres se diferenciam dos humanos por possuírem apenas A dedos, ou seja, Z menos I, em cada um dos seus membros, além de não possuírem pelos, ou seja, O pêlos em todo o seu corpo. Em nosso planeta, cultivamos grão e tubérculos como os terráqueos e, em nosso último ano solar AIOOO, que corresponde numericamente ao ano solar da terra 2000, obtivemos as seguintes produções: Em meu planeta usamos apenas os registros de representação V, A, Z, I e O para representar as quantidades (Ferreira, 2020, p. 112).

Tabela 1.

Representação de grãos ou tubérculos (Texto adaptado de Ferreira, 2020, p. 112)

PRODUTOS	PRODUÇÃO
Feijão	AZOIO
Arroz	ZVAII
Mandioca	ZZAAV

Fonte:

A partir das informações descritas no texto da situação problema, foi proposto a um coletivo de vinte e cinco (25) alunos do 6º ano do ensino fundamental de uma escola pública tratar com maior ênfase dos agrupamentos com numerais decimais em sua formação escolar, em geral, assumido culturalmente como objeto de saber não problemático e, com isso, naturalizado no cerne das práticas sociais, como a matemática escolar.

O processo de estudos, orientou-se por meio da seguinte questão adaptada a partir de Ferreira (2020): ***Q₁*** – *Qual a provável aparência desse povo e de seu disco voador?*

As análises, apresentadas a seguir, buscam ratificar ou não as hipóteses aqui apontadas a partir dos cinco grupos com alunos descritos por $G_i = (G_1, G_2, G_3, G_4, G_5)$, com a instalação de sistemas didáticos auxiliares para o enfrentamento da questão ***Q₁***.

Análise de resultados com alunos do 6º ano do ensino básico

A AEP realizada com os grupos de alunos segue o modelo fornecido pela TAD do esquema Herbartiano semidesenvolvido dado $[S_p(G_i, y, Q_1) \Rightarrow M] \Rightarrow St_i^\heartsuit$, com $i = \{1, 2, \dots, 5\}$, no qual St_i designa as *respostas situacionais* construídas e defendidas por cada sistema didático

auxiliar, aqui simbolizado por $S_i(G_i, y, Q_1)$, que em conjunto, integram-se ao sistema didático principal $[S_p(G_i, y, Q_1)] \Rightarrow St_i^\forall$.

Além disso, M representa o *meio* dotado de recursos ou obras estudadas pelos alunos para a delimitação das respostas encontradas sob a apreciação da classe durante as socializações e defesas; e (y) simboliza o professor ou diretor da investigação. Assim, uma das principais funções do diretor da investigação consistiu, além da proposição do questionamento Q_1 , na contribuição com os alunos nos processos de estudos, incentivando-os a assumirem o protagonismo das ações empreendidas.

Os sistemas didáticos auxiliares instalados manifestaram diferentes contextos de dúvidas durante a leitura do problema inusitado, inclusive com um amplo ‘estranhamento’ da classe ao buscarem estabelecer possíveis qualidades de relações (Chevallard, 2005), caso não possuam, com objetos de saberes disponíveis em seu *universo cognitivo (UC)* (Chevallard, 2009).

Talvez por ocasião do estranhamento da classe frente à leitura do texto do problema seja necessário considerar “que para compreender uma produção cultural (literatura, ciência, etc.) não basta referir-se ao conteúdo textual dessa produção, tampouco contexto social contentando-se em estabelecer uma relação direta entre o texto e o contexto” (Bourdieu, 2004, p. 20), por conta da possível existência de outros saberes práticos ou teóricos como condicionantes, nem sempre explícitos propriamente na leitura de um texto como o da situação problema.

Não por acaso, esse ‘estranhamento’, revelado pela classe durante a leitura do problema em contexto e no fluxo do processo de estudos, motivou os alunos a outros questionamentos, tais como:

Q_{1.1} - Quais algarismos hindu-arábico correspondem cada letra dos ‘seres’ parecidos com os humanos descrito no texto?; e Q_{1.2} – Professor [...] não seria bom esses seres que diz que é parecido com os humanos irem para a escola estudar mais rsrsrs, já que eles só sabem contar até quatro quantidades? Como assim [...]?

Durante a etapa de leitura coletiva do texto do problema, especificamente na parte do Tabela que destaca a produção de cada produto, os alunos faziam leituras das quantidades similares à leitura de uma palavra da língua portuguesa, considerando o sentido da esquerda para a direita. Por exemplo, a quantidade de feijão: AZOIO foi referenciada inicialmente como se fosse uma palavra destituída de qualquer significado com quantidades de unidades físicas.

Nesse caminhar, os sistemas didáticos fizeram uma intervenção com o seguinte destaque: $[S_3(G_3, y, Q_1)] St_3$: *colegas se a palavra AZOIO pode ser comparada com nossos números, então na comparação seria 34010, trinta e quatro mil e dez para o feijão? É isso?;*

$[S_4(G_4, y, Q_1)]$ St₄: como assim? Mas, se eles só sabem contar até quatro quantidades, rrsrrsr [...] então não pode ser trinta e quatro mil e dez, porque esses seres de outro planeta não usam os nossos números de dez em dez. Que coisa confusa hein.... é porque eles são de outro planeta mesmo.

Essas manifestações dos sistemas didáticos $[S_3(G_3, y, Q_1)]$ St₃ e $[S_4(G_4, y, Q_1)]$ ➔ St₄ parecem reveladora da explícita naturalização dos numerais decimais ratificada pela literatura da área (Sadovsky, 2005; Terigi, Wolman, 2007; Itzcovitch, 2008; Ripoll et al. 2016; Ferreira, Guerra, 2020; Ferreira, 2020; Guerra, Ferreira, 2022), inclusive, de modo dominante pelo não reconhecimento de uma quantidade de unidades descrita por AZOIO, por exemplo, quando este registro foi interpretado como sendo uma possível “palavra” da língua portuguesa, que com auxílio dos algarismos hindu-arábico na etapa 1 da Figura 1, registraram o numeral descrito por: 34010.

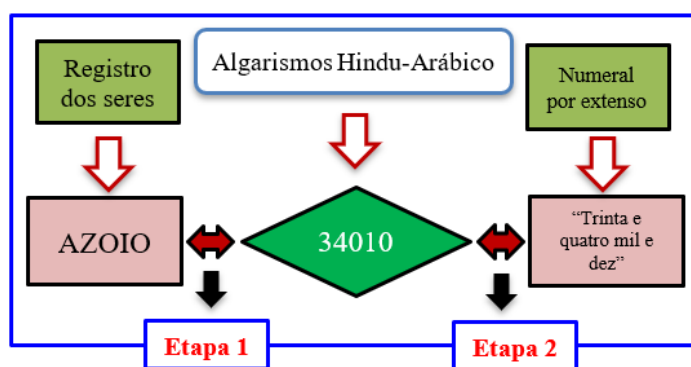


Figura 1.

Representação de diferentes registros de numerais (Construção dos autores, 2024)

O registro do numeral 34010, com uso dos algarismos hindu-arábico, foi questionado pelo sistema didático auxiliar $[S_4(G_4, y, Q_1)]$ St₄, (identificado na etapa 2 da Figura 1) por esse numeral, ao ser declamado pelo sistema didático $[S_3(G_3, y, Q_1)]$ St₃, ao seguir as regras da leitura usual por extenso dos numerais decimais: “trinta e quatro mil e dez”, sem observar que os seres parecidos com os humanos, como notou o sistema didático $[S_4(G_4, y, Q_1)]$ St₄, não realizam a contagem de unidades segundo a lógica prática dos numerais decimais, isto é, com agrupamentos de dez em dez.

Nesse contexto de defesa das respostas frente à classe, há, além de um claro “confronto” de práticas pelo enfrentamento da complexa desnaturalização dos numerais decimais frente aos numerais não decimais, mudanças no universo cognitivo (Chevallard, 2009) e criações de relações dos alunos, mesmo que parcialmente, pelo encontro com a lógica prática dos numerais não decimais destituídas, por exemplo, dos registros numéricos dotados de nomes específicos.

A partir desses encaminhamentos os sistemas didáticos concentraram-se na elaboração de respostas para o questionamento Q_I . Ao considerar a técnica por correspondência entre os registros dos seres parecidos com os humanos descritos no problema inusitado em relação aos numerais decimais supostamente humanos, os sistemas didáticos auxiliares: $[S_I(G_I, y, Q_I)] \rightarrow St_1$; $[S_3(G_3, y, Q_1)] St_3$ e $[S_4(G_4, y, Q_1)] \rightarrow St_4$ destacaram qualidades de relações apoiados nos algarismos hindu-arábicos, tomando como referência os numerais decimais por meio das seguintes relações: $O = 0$; $I = 1$; $V = 2$; $A = 3$ e $Z = 4$, como destaca a figura 2.



Figura 2.

Resposta do sistema didático auxiliar $[S_I(G_I, y, Q_I)] \rightarrow St_1$ (Acervo da pesquisa, 2023)

As totalidades físicas na estruturação da constituição corporal da provável aparência do ‘povo’ deixam claro que tanto o sistema didático auxiliar $[S_I(G_I, y, Q_I)] \rightarrow St_1$, quanto o $[S_3(G_3, y, Q_1)] St_3$, fizeram a identificação de unidades físicas com a unidade do numeral decimal ao comparar uma como se fosse a outra, e vice-versa. Em suas defesas, a classe questionou os sistemas didáticos sobre o que inspirou a elaboração das situações (St_1 e St_3), cujas respostas foram explicitadas nos seguintes termos: $[S_I(G_I, y, Q_I)] \rightarrow St_1$: *nos inspiramos no personagem do desenho animado hulk e por isso decidimos pela pintura usando a cor verde com o nome “Bruckey”*; $[S_3(G_3, y, Q_1)] \rightarrow St_3$: *nosso desenho é uma inspiração da ideia da “área 51”, porque nessa área foi onde os cientistas fizeram vários experimentos desenvolvendo e testando aviões ou possíveis naves espaciais para espionagens segundo o que pesquisamos em sites da internet também.*

As situações St_1 e St_3 encaminhadas por esses sistemas didáticos auxiliares revelam o uso dos numerais decimais de maneira naturalizada, tomados, segundo Ferreira e Guerra (2020), como quantidades físicas inquestionáveis, isto é, objetos do conhecimento aprendidos sem um ensino programado, “mas incorporados pelo uso em práticas sociais” (Ferreira & Guerra, 2020, p. 12).

Por outro lado, os sistemas didáticos auxiliares $[S_2(G_2, y, Q_1)] St_2$ e $[S_5(G_5, y, Q_1)] St_5$ revelaram as seguintes respostas frente ao questionamento Q_1 :



Figura 3.

Respostas dos sistemas didáticos auxiliares St_2 e St_5 , respectivamente St_1 (Acervo da pesquisa, 2023)

Na defesa das situações St_2 e St_5 , apresentadas frente à classe, os sistemas didáticos assumiram no estudo do problema o símbolo V de quantificação dos seres como um dos algarismos dos numerais romanos correspondente à quantidade física de cinco unidades. Nesse caminhar, os sistemas didáticos $[S_2(G_2, y, Q_1)] St_2$ e $[S_5(G_5, y, Q_1)] St_5$ também apresentaram em suas defesas os principais símbolos utilizados pelos romanos para expressar quantidades, após pesquisarem em livros didáticos disponíveis na escola para estudos.

Entretanto, as situações St_2 e St_5 foram objetos de questionamento pela classe, pois, segundo os demais sistemas didáticos, os seres parecidos com os humanos eram simplesmente ‘parecidos’ em vários aspectos físicos, não sendo aceito, portanto, pela classe, que esses seres possuem a quantidade de cinco olhos em sua composição física. Essas observações levantadas pelos sistemas didáticos $[S_1(G_1, y, Q_1)] St_1$; $[S_3(G_3, y, Q_1)] St_3$ e $[S_4(G_4, y, Q_1)] St_4$ se assentaram pela observância descritiva do texto do problema e pelas relações entre as

quantidades dos seres, se comparadas com os algarismos hindu-arábico ($O = 0$; $I = 1$; $V = 2$; $A = 3$ e $Z = 4$).

A dinâmica da investigação sob o olhar da didática da AEP parece preservar o *princípio da dúvida metódica* (Chevallard, 2009), ao encaminhar que qualquer afirmação apresentada pelos sistemas didáticos não seja aceita ou rejeitada a priori, pois é necessário tomar essas afirmações como conjecturais.

Assim, o estudo do problema em um contexto potencialmente real provocou o encontro dos alunos com diferentes situações a ele associado, emergentes em cada sistema didático auxiliar, nem sempre aceito pela classe sem observar o princípio da dúvida metódica. Vale ressaltar que a situação que pode emergir do problema não se confunde com este, pois “a noção de situação com matemática que dele pode emergir é produto da abstração do sujeito frente ao tipo de problema considerado e, com isso, vale-se de suas experiências acumuladas em sua história de vida pessoal e institucional” (Ferreira, 2023, p. 205).

Em última análise, o processo de estudos empreendido por esses sistemas didáticos revelou, em nosso entendimento, potencialidades da situação em um contexto inusitado aos alunos, atuando como provedora de condições, no sentido da transposição didática, que tornou possível diferentes mudanças nas qualidades de relações (Chevallard, 2005) desses alunos no enfrentamento da naturalização dos numerais decimais por meio dos numerais não decimais.

De outro modo, “a mobilização de conhecimentos em situações de quantificações, com uso de registros escritos não usuais e com estranhamentos, sem dúvida, colaborou para a emersão de questionamentos” (Ferreira, 2020, p. 270) de interesse do sistema didático principal $[S_p(G_i, y, Q_1) M] St_i^\heartsuit$ que se fizeram necessários para o desenvolvimento de atitudes ao encontro da pedagogia de questionamento.

Nesse sentido, o estudo da situação problema em contexto não usual permitiu aos sistemas didáticos o alcance da condição mínima para sair da “zona de conforto”, como assim recomendam Ripoll *et al.* (2016, p. 32), pois:

Pensar em sistemas posicionais em outras bases pode ajudar a “passar a limpo” algumas das propriedades e dos procedimentos com que estamos tão acostumados a lidar na base 10, mas sobre os quais pouco refletimos. Isto é, realizar esses procedimentos em outras bases nos tira da “zona de conforto” que a base 10 proporciona, e nos força a pensar nas justificativas para cada um dos passos que executamos automaticamente e cujas validades são tomadas como certas.

As manifestações dos alunos deixaram evidentes, em nosso entendimento, o “confronto” das práticas naturalizadas com os numerais decimais pelo contraste com os

numerais não decimais, evitando, assim, possíveis “confusões” de regras dos próprios numerais com regras de sua representação.

Além disso, o estudo da situação criou condições que levaram os alunos ao encontro de diferentes objetos de saberes, como os numerais romanos referenciados pelos sistemas didáticos $[S_2(G_2, y, Q_1)] St_2$ e $[S_5(G_5, y, Q_1)] St_5$, derivados de suas relações institucionais passadas e retomadas no fluxo investigativo de estudo da situação. Sob esse olhar, vale observar que “a sua relação pessoal a um objeto o é formada pela integração, ao longo do tempo, das influências exercidas por diferentes relações institucionais que a pessoa se assujeitou”¹⁴ (Chevallard, 2009, p. 3, tradução nossa) em diferentes posições institucionais.

Considerações finais e perspectivas futuras

Nesta investigação, objetivou-se evidenciar o importante papel do estudo de uma situação problema inusitada, em contexto potencialmente real, como provedora de condições mínimas, no sentido da transposição didático-institucional (Chevallard, 2005, 2019). Isso se deu pela necessidade do enfrentamento da naturalização dos numerais decimais como parte de uma problemática didática reconhecida por diferentes autores da literatura sobre o ensino do SND (Sadovsky, 2005, Terigi & Wolman, 2007; Itzcovitch, 2008; Ripoll *et al.* 2016; Ferreira & Guerra, 2020; Ferreira, 2020; Guerra & Ferreira, 2022).

Para o enfrentamento, mesmo que parcialmente, da problemática didática do SND, que consiste, segundo Itzcovitch (2008), em encontrar situações adequadas para tornar explícitas as regras do SND, buscamos observar as recomendações sinalizadas por Ferreira (2020) para a (re)construção ou para o uso de organizações matemáticas sobre os numerais decimais que permitissem validar ou não hipóteses encaminhadas experimentalmente em sala de aula sobre o SND.

Essa problemática foi tratada a partir de noções da teoria da transposição didática e, de maneira mais ampla, por meio de noções da TAD, por esses recursos teórico-metodológicos colocarem em evidência o questionamento do saber, mais precisamente a “versão” de saber do SND que vive na instituição escolar como um *saber sábio* (Chevallard, 2005) naturalizado e,

¹⁴Fragmento do texto: Parce que son rapport s’est formé par l’intégration, au fil du temps, des influences exercées par les divers rapports institutionnels auxquels elle a été assujettie.

como tal, legitimado pela cultura humana, cujo tratamento na escola demandou considerar transposições didáticas para torná-lo ensinável.

Os resultados empíricos encontrados com os alunos do 6º ano do ensino fundamental de uma escola pública evidenciaram importantes aspectos da situação problema em contexto potencialmente real por introduzir a criação de um conjunto de condições orientadas pela dinâmica da didática da AEP, sobretudo na busca por respostas ao questionamento por eles enfrentado: Qual a provável aparência desse povo e de seu disco voador?

Dentre essas condições, foram observadas a instalação de vários sistemas didáticos auxiliares, cujo caminhar do estudo permitiu o encontro desses sistemas didáticos com diferentes objetos de saberes, como a investigação dos numerais romanos, a decodificação dos numerais não decimais adotada no contexto da situação problema apoiado nos algarismos hindu-arábico, a consulta em sites da internet sobre dados da suposta existência da “área 51”, bem como o exercício da *dúvida metódica* (Chevallard, 2009) pelo encontro de diferentes situações abstraídas, algumas delas não aceitas de imediato pela classe de alunos como resposta ao tipo de problema.

O contexto do estudo da situação problema introduziu uma dinâmica para a mobilização de saberes, desde o uso da técnica de correspondência entre numerais, decimais e não decimais; além, é claro, da revelação de vestígios, mesmo que parcialmente, da desnaturalização dos numerais decimais, especificamente nas defesas das respostas encontradas pelos sistemas didáticos ao se darem conta de os numerais dos seres parecidos com os humanos não poderem ser interpretados ou lidos por extenso, como se faz com os numerais decimais que são dotados de nomes. De outro modo, o processo de estudos empreendidos ratifica o destaque de Ripoll et al. (2016) de “fuga” da “zona de conforto” proporcionado pela base decimal.

De outro modo, as condições introduzidas pela situação problema provocaram mudanças na qualidade de relações dos alunos com o SND e em suas dinâmicas cognitivas, uma vez que a “relação pessoal de x para com um objeto o muda - ou é criada, se ela ainda não existia - pelo encontro de x com o objeto o nas instituições I onde ele (objeto) vive e onde x

vem ocupar uma certa posição”¹⁵ (Chevallard, 2009, p. 2, tradução nossa), pois é preciso ter em conta que a atividade matemática “é descrita em termos de situações e consiste principalmente em ‘lidar com os problemas’ em um sentido amplo”¹⁶ (Bosch et al., 2006, p. 2, grifos dos autores, tradução nossa).

Assim, o estudo da situação problema em contexto inusitado incluiu, em nosso entendimento, “a ‘razão de ser’ ou a racionalidade que dá sentido à atividade matemática realizada sob restrições institucionais que fornecem e limitam a aplicação do conhecimento matemático correspondente”¹⁷ (Bosch et al., 2006, p. 3, grifos dos autores, tradução nossa), em nosso caso, com o estudo do SND a partir dos numerais não decimais, pois a mobilização dos saberes mostrou-se dependente da situação em jogo como preconiza a TAD.

Em última instância, sentimo-nos estimulados a futuras investigações sobre o estudo de outras condições a serem consideradas no estudo com os numerais decimais, de modo a proverem mais respostas empíricas, mesmo que parcialmente, para o enfrentamento da naturalização desses numerais no ensino da matemática escolar, ao considerar objetos manipulativos ao alcance dos alunos do ensino básico, como recomenda Ferreira (2020), para não somente dar relevância à prática de quantificação de grandezas físicas como encaminhar tarefas que levem em conta a estruturação de numerais em diferentes tipos de agrupamentos, sobretudo, pela estratégica importância que este objeto com gênese nas práticas sociais possui para a estruturação de vários saberes, inclusive, a noção de números, como desejado pelos documentos oficiais e pela instituição da matemática acadêmica.

Referências

Bosch, M., & Gascón, J. (2010). Fundamentación antropológica de las organizaciones didácticas: De los “talleres de prácticas matemáticas” a los “recorridos de estudio e investigación”. In A. Bronner et al. (Eds.), *Apports de la théorie anthropologique du didactique: Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils de connaissance et d'action* (pp. 55–90). IUFM de l’académie de Montpellier.

¹⁵ Fragmento do texto: Rapport personnel de x à un objet o change – ou se crée, s’il n’existait pas encore – par la rencontre de x avec l’objet o dans les institutions I où il vit et où x vient occuper une certaine position p qui le met en contact avec o .

¹⁶ Fragmento do texto: It is described in terms of *situations* and consists mainly in “dealing with problems” in a wide sense.

¹⁷ Fragmento do texto: The “raison d’être” or *rationale* that gives sense to the performed mathematical activity.

- Bosch, M., Chevallard, Y., & Gascón, J. (2006). Science or magic? The use of models and theories in didactics of mathematics. *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. https://www.researchgate.net/publication/285916043_Science_or_magic_The_use_of_models_and_theories_in_didactics_of_mathematics
- Bourdieu, P. (2004). *Os usos sociais da ciência: Por uma sociologia clínica do campo científico*. UNESP.
- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221–266. https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/118315/mod_resource/content/1/articulo_chevallard_TAD_1999.pdf
- Chevallard, Y. (2005). *La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado*. Aique Grupo Editor.
- Chevallard, Y. (2009). *La TAD face au professeur de mathématiques*. UMR ADEF.
- Chevallard, Y. (2019). Introducing the anthropological theory of the didactic: An attempt at a principled approach. *Hiroshima Journal of Mathematics Education*, 12, 71–114. https://www.jasme.jp/hjme/download/05_Yves%20Chevallard.pdf
- Ferreira, R. S. & Guerra, R. B. (2020). Formação inicial de professores que ensinam matemática e o sistema de numeração decimal. *Revista de Estudos e Pesquisas sobre Ensino Tecnológico*, 6, 1–17. <https://sistemascmc.ifam.edu.br/educitec/index.php/educitec/article/view/1187>
- Ferreira, R. S. (2020). *O sistema de numeração decimal na formação de professores dos anos iniciais* [Tese de doutorado, Universidade Federal do Pará] <https://repositorio.ufpa.br/jspui/handle/2011/13930>
- Guerra, R. B., & Ferreira, R. S. (2022). Uma formação de professores frente ao sistema de numeração decimal. In S. A. Almouloud, R. B. Guerra, L. M. S. Farias, A. Henriques, & J. M. V. Nunes (Orgs.), *Percursos de estudo e pesquisa à luz da teoria antropológica do didático: Fundamentos teórico-metodológicos para a formação*. CRV.
- Ifrah, G. (1985). *Os números: História de uma grande investigação*. Editora Globo.
- Itzcovich, H. (Coord.). (2008). *La matemática escolar: Las prácticas de enseñanza en el aula*. Aique Educación.
- Lendínez, E. M., García, F. J., & Sierra, T. A. (2017). La enseñanza del número en la escuela infantil: Un estudio exploratorio del logos de la profesión. *REDIMAT*, 6(1), 33–55. <https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/la-ensenanza-del-numero-en-la-escuela-infantil-un-estudio-exploratorio-del-logos-de-la-profesion/>
- Lerner, D., & Sadovsky, P. (1996). Os diferentes papéis do professor. In: C. Parra & I. Saiz (Orgs.), *Didática da matemática: Reflexões psicopedagógicas* (pp. 73–154). Artes Médicas.
- Ministério da Educação (MEC) (2018). *Base nacional comum curricular*. MEC: Brasília. https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal.pdf
- Ripoll, C., Rangel, L., & Giraldo, V. (2016). *Livro do professor de matemática na educação básica: Números naturais*. SBM.

- Sadovsky, P. (2005). *La enseñanza de la matemática en la formación docente para la escuela primaria*. Ministério de Educación de la Nación.
- Sierra, T. A., & Gascón, J. (2018). Los recorridos de estudio e investigación para la formación del profesorado y la construcción de praxeologías matemáticas para la enseñanza: El caso de los sistemas de numeración. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 38(1), 79–117. <https://revue-rdm.com/2018/los-recorridos-de-estudio-e/>
- Sodré, G. J. M. (2023). O descortinar da noção de situação em modelagem matemática escolar. *Educação Matemática em Pesquisa*, 25(1), 200–226. <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/57467>
- Terigi, F., & Wolman, S. (2007). Sistema de numeración: Consideraciones acerca de su enseñanza. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43(1). <https://rieoei.org/historico/documentos/rie43a03.pdf>
- Wittgenstein, L. (1987). *Observaciones sobre los fundamentos de la matemática*. Alianza Editorial.