

Os recursos semióticos utilizados para a produção de diagramas por alunos do 1º ano do ensino fundamental ao desenvolverem uma atividade de modelagem matemática

Semiotic resources used to produce diagrams by 1st grade elementary school students when developing a mathematical modeling activity

Los recursos semióticos utilizados para producir diagramas por estudiantes de 1º de primaria al desarrollar una actividad de modelación matemática

Les ressources sémiotiques utilisées pour réaliser des schémas par les élèves de 1re année du primaire lors de l'élaboration d'une activité de modélisation mathématique

Gislaine Ferreira Gomes¹

Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Mestrado em Ensino de Matemática

<http://orcid.org/0009-0003-6914-8134>

Karina Alessandra Pessoa da Silva²

Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática

<http://orcid.org/0000-0002-1766-137X>

Resumo

Neste artigo tem-se como objetivo compreender os conhecimentos revelados pelos alunos do 1º ano do Ensino Fundamental no uso de recursos semióticos para a produção de diagramas no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática com a temática árvore de Natal. O quadro teórico está subsidiado na Modelagem Matemática nos anos iniciais como alternativa pedagógica, em que a partir de uma situação-problema que possa ser do interesse dos alunos estes se debruçam para apresentar uma solução para o problema. Para isso, podem escolher recursos semióticos que são os meios utilizados na produção de signos, como os diagramas que organizam e externalizam o que os alunos entendem ou percebem sobre determinado objeto ou conceito. A análise qualitativa de cunho interpretativo subsidiada em uma experiência empírica é pautada no processo de triangulação e no quadro teórico articulado às gravações de áudio e vídeo, bem como dos registros escritos de uma turma de 25 alunos do 1º ano do Ensino Fundamental de uma escola localizada no Estado do Paraná, no ano de 2023, no Brasil. Os resultados mostraram que, ao manipular rolinhos de papel higiênico, bem como fazer uso de outros recursos semióticos como falas e gestos, permitiram aos alunos produzirem diagramas que revelaram de modo natural conhecimentos relacionados a conteúdos abordados na matriz

¹ gisfg@hotmail.com

² karinasilva@utfpr.edu.br

curricular desse nível de escolaridade, tais como contagem, organização numérica e princípio multiplicativo.

Palavras-chave: Educação matemática, Modelagem matemática, Anos iniciais, Protótipo, Árvore de Natal.

Abstract

This article aims to understand the knowledge revealed by 1st year Elementary School students in the use of semiotic resources for the production of diagrams during the development of a mathematical modelling activity with the Christmas tree theme. The theoretical framework is supported by Mathematical Modelling in the early years as a pedagogical alternative, in which, based on a problem situation that may be of interest to the students, they focus on presenting a solution to the problem. To do this, they can choose semiotic resources, which are the means used in the production of signs, such as diagrams that organize and externalize what students understand or perceive about a certain object or concept. The qualitative interpretative analysis supported by the triangulation process and the theoretical framework articulated with the audio and video recordings, as well as the written records of a class of 25 students in the 1st year of Elementary School at a school located in the State of Paraná, in the year 2023, in Brazil. The results showed that, by manipulating toilet paper rolls, as well as using other semiotic resources such as speech and gestures, students were able to produce diagrams that naturally revealed knowledge related to content covered in the curriculum at this level of education, such as counting, numerical organization and the multiplicative principle.

Keywords: Mathematics education, Mathematical modelling, Early years, Prototype, Christmas tree.

Resumen

Este artículo busca comprender los conocimientos adquiridos por estudiantes de 1.er grado de primaria en el uso de recursos semióticos para la elaboración de diagramas durante el desarrollo de una actividad de modelación matemática sobre el tema del árbol de Navidad. El marco teórico se sustenta en la Modelación Matemática en la primera infancia como alternativa pedagógica, donde, a partir de una situación problemática que pueda ser de interés para los estudiantes se centran en presentar una solución. Para ello, pueden elegir recursos semióticos, que son los medios utilizados en la producción de signos, como diagramas que organizan y exteriorizan lo que los estudiantes comprenden o perciben sobre un objeto o concepto determinado. El análisis interpretativo cualitativo, sustentado en una experiencia empírica, se

basa em el proceso de triangulación y el marco teórico articulado con grabaciones de audio y video, así como con los registros escritos de una clase de 25 estudiantes del primer año de primaria en una escuela ubicada en el estado de Paraná, en el año 2023, Brasil. Los resultados mostraron que, mediante la manipulación de rollos de papel higiénico, así como otros recursos semióticos como el habla y los gestos, los estudiantes fueron capaces de producir diagramas que revelaron de forma natural conocimientos relacionados con contenidos abordados en el currículo de este nivel educativo, como el conteo, la organización numérica y el principio multiplicativo.

Palabras clave: Educación matemática, Modelización matemática, Primera infancia, Prototipo, Árbol de Navidad.

Résumé

Cet article vise à comprendre les connaissances révélées par les élèves de 1^{ère} année du primaire dans l'utilisation de ressources sémiotiques pour la production de diagrammes dans le développement d'une activité de modélisation mathématique avec le thème du sapin de Noël. Le cadre théorique s'appuie sur la modélisation mathématique dès le plus jeune âge, comme alternative pédagogique. À partir d'une situation problématique susceptible d'intéresser les élèves, ils s'attachent à présenter une solution à ce problème. Pour ce faire, ils peuvent choisir des ressources sémiotiques, qui sont les moyens utilisés pour produire des signes, tels que des diagrammes qui organisent et extériorisent ce que les élèves comprennent ou perçoivent d'un objet ou d'un concept donné. L'analyse interprétative qualitative, appuyée par une expérience empirique, repose sur le processus de triangulation et le cadre théorique articules autour des enregistrements audio et vidéo, ainsi que des documents écrits d'une classe de 25 élèves de première année d'école primaire dans l'État du Paraná, en 2023, au Brésil. Les résultats ont montré qu'en manipulant des rouleaux de papier toilette, ainsi qu'en utilisant d'autres ressources sémiotiques telles que la parole et les gestes, les élèves étaient capables de produire des diagrammes qui révélant naturellement des connaissances liées au contenu couvert dans le programme d'études à ce niveau d'enseignement, comme le comptage, l'organisation numérique et le principe multiplicatif.

Mots-clés : Enseignement mathématique, Modélisation Mathématique, Petite enfance, Prototype, Arbre de Noël.

Os recursos semióticos utilizados para a produção de diagramas por alunos do 1º ano do ensino fundamental ao desenvolverem uma atividade de modelagem matemática

Para alguns alunos, a matemática é considerada difícil devido a desafios encontrados no processo de ensino e aprendizagem. Essas dificuldades podem estar relacionadas a diferentes contextos, incluindo o conteúdo matemático, os aspectos subjetivos relacionados aos próprios alunos ou a abordagem do professor ao construir esse conhecimento.

Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, é preciso “ter o compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido com competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente” (Brasil, 2018, p. 266). A educação é importante porque desenvolve o pensamento, os valores e as habilidades da criança, transformando-a em um indivíduo consciente, crítico e preparado para a vida. Por isso é essencial utilizar formas diferenciadas de ensinar, fazendo uso de práticas educativas que contribuam na formação do aluno, que considere seus interesses e suas motivações, visando contribuir para uma formação de qualidade para que crianças se transformem em cidadãos autônomos, críticos, participativos e atuantes na sociedade (Brasil, 1997).

De acordo com English (2010, p. 288), a implementação da modelagem matemática na sala de aula “fornece às crianças ricas oportunidades para experienciar dados complexos em contextos desafiadores e, ainda, significativos”. A modelagem matemática é uma alternativa pedagógica que pode ser trabalhada nos anos iniciais, com temáticas diversas e que colaboram na aprendizagem dos alunos, uma vez que eles se tornam sujeitos ativos no desenvolvimento da atividade, utilizando conhecimentos que já possuem e até mesmo construindo novos conhecimentos.

Na literatura encontramos uma diversidade de pesquisas que abarcam temáticas que podem ser trabalhadas com os alunos dos anos iniciais. Santos (2022) abordou a temática “Animais de estimação” com alunos de uma turma de 5º ano cujo objetivo foi investigar o custo com os seus animais de estimação. Pelaquim (2023) desenvolveu uma atividade com a temática “Foguete”, na qual os alunos do 5º ano construíram o protótipo de um foguete e tinham como objetivo encontrar a posição angular da garrafa para que o foguete atingisse a maior distância horizontal ao ser lançado. Alsina e Salgado (2021) apresentaram uma atividade desenvolvida com o tema “Maçãs”, em que crianças de 5 a 6 anos de idade deveriam observar as diferentes características das maçãs e realizar a classificação delas para potenciais compradores. English (2022) apresentou, descreveu e analisou uma atividade com o tema “Vulcão” na qual os alunos do 5º ano construíram um protótipo de um vulcão no formato de um cone e exploraram o tempo de fluxo de três lavas simuladas de diferentes viscosidades descendo a encosta de um vulcão.

Nas atividades de modelagem matemática apresentadas nas pesquisas supracitadas foram produzidos modelos matemáticos que apresentaram respostas para os problemas em estudo. De modo geral, nos anos iniciais, esses modelos podem ser apresentados por meio de gráficos, tabelas, esquemas, entre outros. Em Santos (2022), o modelo produzido pelos alunos estava implícito na fala em língua natural; os alunos dos anos iniciais da pesquisa de Pelaquim (2023) utilizaram o relatório escrito, em que representaram, por meio de desenhos, as figuras geométricas que compõem um foguete, bem como representaram por meio de tabela as distâncias alcançadas, dependendo da angulação do lançamento; em Alsina e Salgado (2021), o modelo matemático foi representado por meio de desenho e materiais manipuláveis produzidos pelos alunos; já English (2022) utilizou gráficos de colunas e gráficos em linhas a partir dos dados produzidos na simulação da erupção de um protótipo de vulcão.

Um modelo matemático pode ser representado de diferentes maneiras, desde que subsidiado por estruturas matemáticas, ou seja, modelos abstratos formados por um ou mais conjuntos acompanhados de operações ou relações que obedecem a certas regras, auxiliando no estudo e na organização de ideias matemáticas de forma lógica e sistemática, passando pela produção de signos, que correspondem a representações para os objetos matemáticos. Segundo Mavers (2004), os recursos escolhidos e utilizados efetivamente na produção de signos são caracterizados como recursos semióticos e podem ser empregados de forma simultânea, trabalhando conjuntamente para a construção de um significado. Os gestos, as falas, o uso de materiais manipuláveis, os protótipos de um foguete e de um vulcão podem ser considerados recursos semióticos no desenvolvimento das atividades de modelagem, desde que tenham sido escolhidos para a produção dos signos matemáticos.

No Brasil, encontramos algumas pesquisas que se debruçaram a analisar sobre os recursos semióticos em atividades de modelagem matemática (Araki, 2020; Pessoa, 2024; Goulart, 2020; Almeida et al., 2021). Todas essas pesquisas são voltadas para abordagens realizadas nos anos finais do Ensino Fundamental (Araki, 2020; Pessoa, 2024) e no Ensino Superior (Goulart, 2020; Almeida et al., 2021). Desse modo, compreende-se a relevância de investigar os recursos semióticos nos anos iniciais do Ensino Fundamental, considerando a escassez de pesquisas voltadas a essa temática nesse nível de ensino, bem como a resultados relevantes quando se investiga sobre os conhecimentos que os recursos semióticos podem mobilizar.

Os recursos semióticos podem fazer emergir diferentes signos, visto que “para que um signo seja produzido, há necessidade de um meio de produção, um recurso pelo qual o signo seja produzido” (Pessoa, 2024, p. 37). Os signos são meios utilizados para se referir, remeter

ou representar um objeto. O estudo dos signos é abordado na semiótica peirceana, desenvolvida pelo filósofo norte-americano Charles Sanders Peirce, que classificou os diferentes tipos de signos produzidos por um intérprete, seguindo uma tricotomia relacionada aos modos como são produzidos. O diagrama é um tipo de signo que reflete a maneira como o intérprete organiza e externaliza o que entende ou percebe sobre determinado objeto ou conceito. Bakker e Hoffmann (2005, p. 353) afirmam que “os diagramas são, na semiótica de base epistemológica de Peirce, não apenas meios de comunicação, mas mais fundamentalmente meios de pensamento, de compreensão e de raciocínio”.

Neste artigo, considerando a temática árvore de Natal, focamos em investigar a questão: Que conhecimentos são revelados pelos alunos do 1º ano do Ensino Fundamental no uso de recursos semióticos para produzir diagramas no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática? Para isso, nos subsidiamos em uma pesquisa de cunho qualitativo e interpretativo, pautada no processo de triangulação, em que os dados foram produzidos com uma turma de 25 alunos do 1º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal localizada no estado do Paraná, no Brasil. As abordagens realizadas no presente artigo levam em consideração os aportes teóricos da Modelagem Matemática nos anos iniciais e dos recursos semióticos para produzir diagramas, tendo como base a semiótica peirceana abordados nos dois próximos tópicos. Em seguida, trazemos os aspectos metodológicos que nortearam nossa investigação, para, posteriormente, apresentarmos a descrição e a análise da atividade de modelagem matemática desenvolvida com os alunos. Findamos o texto com algumas considerações e indicações de pesquisas futuras.

Modelagem matemática nos anos iniciais

A Modelagem Matemática tem sido discutida por muitos pesquisadores em todos os níveis de escolaridade e, nos anos iniciais, encontramos estudos em âmbito internacional (English & Watters, 2004; Blum & Ferri, 2009; English, 2010; Alsina et al., 2021) e nacional (Burak, 2004; Luna & Alves, 2007; Tortola, 2016; Biembengut, 2019; Pelaquim, 2023; Veronez & Santos, 2023; Gomes & Silva, 2024).

Com base nesses estudos, é possível evidenciar que a modelagem matemática pode ser trabalhada nos anos iniciais, pois, como afirma Bassanezi (2015, p. 11-12), “[...] a modelagem pode ser adotada em qualquer situação ou ambiente educacional, desde que se use, evidentemente, um contexto compatível com o estágio de desenvolvimento dos alunos”. A modelagem matemática tem a “possibilidade de conectar a matemática ao mundo real, com

problemas de modelagem³ sendo vistos como motivadores e promissores para um melhor aprendizado da matemática” (Aroeira et al., 2024, p. 161).

Para o desenvolvimento da nossa pesquisa, nos fundamentamos na Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica que apresenta para o ensino e a aprendizagem da matemática potencialidades, na qual investigamos uma situação-problema não essencialmente matemática e realizamos uma abordagem por meio da matemática para solucionar um problema. Por meio do desenvolvimento de uma atividade de modelagem há “tradução, em ambas as direções, entre a matemática e o mundo extramatemático” (Blum & Ferri, 2016, p. 65), como também “as crianças têm oportunidades de realizar pesquisas, de debater com os colegas, de utilizar suas próprias representações e, nesse sentido, (re)construir conhecimentos diversos” (Veronez & Santos, 2023, p. 172).

Ao implementar práticas pedagógicas com modelagem matemática é possível seguir diferentes configurações e nos anos iniciais é importante que os alunos utilizem conceitos já conhecidos e conheçam outros, podendo, dessa maneira, ampliar o seu repertório de conhecimentos (Tortola & Almeida, 2018). Os alunos dos anos iniciais, ao desenvolverem uma atividade de modelagem matemática, “ampliam as suas competências matemáticas, tornando-se hábeis na resolução de problemas e no processo de Modelagem, além de serem mais propensos a desenvolverem outras atividades pautadas em situações reais, com enfoque interdisciplinar” (Luna et al., 2009, p. 140).

A Modelagem Matemática pode possibilitar mudanças no que se refere ao ensino e à aprendizagem da matemática nos anos iniciais, uma vez que ela pode contribuir para um ensino mais dialógico e dinâmico, pois vai ao encontro dos interesses das crianças (Martens & Klüber, 2016). Segundo Parra-Zapata e Villa-Ochoa (2015, p. 236):

trabalhar com Modelagem Matemática desde cedo é um trabalho que pode ocorrer de forma natural por convicção e que estimula a criatividade e a imaginação que as crianças têm, e, como, a partir dela, é possível gerar interesse por diversas atividades relacionadas à matemática e aos números.

Nos anos iniciais, o modelo matemático requer um olhar diferente do que é abarcado nos anos finais do Ensino Fundamental, ou no Ensino Médio, por exemplo. Em uma atividade de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, Tortola e Silva (2021, p. 4) argumentam que “o modelo matemático corresponde a uma representação externa à mente dos sujeitos, cujas declarações dos envolvidos estão em termos matemáticos”. Sendo assim, o

³ Entendemos problemas de modelagem como aqueles que necessitam de uma investigação realizada em linguagem matemática para representar, entender e resolver uma situação real.

modelo matemático pode ser representado por meio de gráficos, esquemas, desenhos, e eles são utilizados para descrever, explicar e/ou prever aspectos que representam a situação-problema (Tortola, 2016).

Os alunos, ao desenvolverem uma atividade de modelagem matemática, podem utilizar materiais físicos para deduzir um modelo matemático, sendo possível ser representado por “um protótipo de alguma parte da realidade ou o resultado de um processo de matematização seguindo a experimentação em um protótipo” (Carreira & Baioa, 2018, p. 204). Um protótipo pode ser uma aproximação ou simplificação de um sistema que existe na realidade, permitindo a exploração e a experimentação dos princípios e modos de funcionamento desse sistema real. O modelo é obtido na manipulação e na experimentação por meio do protótipo, e desenvolvido por meio da matematização para chegar a uma resposta a um determinado problema. Segundo Carreira e Baioa:

O modelo e o protótipo podem pertencer às mesmas classes de entidades ou a classes diferentes. O modelo pode ser uma imagem, um desenho ou um diagrama da mesma forma que um sistema de equações ou um conjunto de postulados. O objetivo é o mesmo, ou seja, controlar o sistema dentro de certos limites de aproximação (Carreira & Baioa, 2018, p. 204).

Ao desenvolver um protótipo de foguete (Pelaquim, 2023) ou de um vulcão (English, 2022), os alunos puderam se pautar em uma aproximação da realidade para fazer uma abordagem, sendo do alcance obtido segundo uma angulação de lançamento ou o tempo de escoamento da lava, respectivamente. Em certa medida, com a construção de cada um dos protótipos foram evidenciados aspectos matemáticos com relação a uma situação-problema, obtendo-se uma solução para o que estava em investigação. No encaminhamento de uma situação-problema a ser investigada até a solução de um problema definido na investigação, de modo geral, são configuradas fases ou etapas que consistem no conjunto de ações requeridas para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Stillman et al. (2007) apresentam um ciclo de modelagem matemática com sete etapas para resolver atividades de modelagem, iniciando com um problema do mundo real e, caso a solução do modelo matemático não seja aceita, o problema é retomado, como mostra a Figura 1.

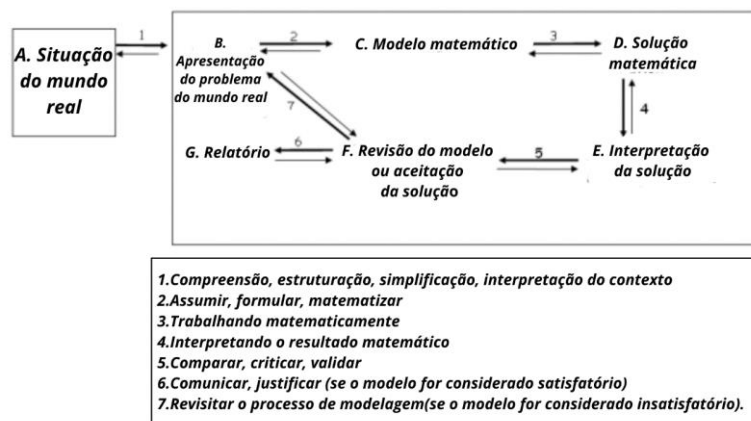


Figura 1.

Ciclo de modelagem matemática (Stillman et al., 2007, p. 690, tradução nossa)

As etapas do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática são representadas pelas letras de A a G. As setas mais grossas indicam as transições entre as etapas, as setas claras que estão na direção inversa do ciclo de modelagem são incluídas para enfatizar que esse procedimento não é linear (Stillman et al., 2007). O ciclo de modelagem se inicia no canto superior esquerdo (A), em que está a situação do mundo real. Em seguida, é apresentado um problema do mundo real, e busca-se o modelo matemático adequado para a situação em estudo. Após a definição do modelo matemático, passa-se para a solução matemática e a interpretação da solução, verificando se o modelo é válido ou não. Caso seja necessário, é realizada uma revisão do modelo matemático; caso contrário, o modelo é aceito e é elaborado um relatório da situação do mundo por meio da matemática.

Ponderamos que, um modelo matemático pode ser representado de diferentes maneiras, desde que subsidiado por estruturas matemáticas, e passa pela produção de signos, que correspondem a representações para os objetos matemáticos, como sugerem os estudos fundamentados na semiótica peirceana.

Semiótica peirceana

A semiótica é a ciência dos signos, da linguagem, e preza pela análise dos signos e sua funcionalidade de modo a revelar características dos objetos. Para Peirce (1972, p. 27), o signo é “qualquer coisa que admita um ‘interpretante’ – isto é, que seja capaz de dar origem a outros signos”. Neste sentido, Peirce assevera que:

Um signo, ou representâmen, é aquilo que, sob certo aspecto ou modo, representa algo para alguém. Dirige-se a alguém, isto é, cria na mente dessa pessoa, um signo equivalente, ou talvez um signo mais desenvolvido. Ao signo assim criado denomino interpretante do primeiro signo. O signo representa alguma coisa, seu objeto. Representa

esse objeto não em todos os seus aspectos, mas com referência a um tipo de ideia que eu, por vezes, denominei fundamento do representâmen. (Peirce, 2005, p. 45)

Entendemos, subsidiadas em estudiosos que seguem a teoria semiótica peirceana, de que os signos podem ser considerados “meios de pensamento, de compreensão, de raciocínio, de aprendizagem” (D’Amore et al., 2015, p. 59). Desse modo, por meio dos signos que se remetem, se referem ou representam os objetos é possível inferir sobre os conhecimentos dos intérpretes.

Peirce tem várias caracterizações para signo e para que possamos compreender é necessário analisar sua relação com o objeto e o interpretante. Segundo Peirce (2005, p. 160):

Um Signo é um Cognoscível que, por um lado, é determinado por algo que não ele mesmo, denominado de seu Objeto, enquanto, por outro lado, determina alguma Mente concreta ou potencial, determinação essa que denomino de Interpretante criado pelo Signo, de tal forma que essa Mente Interpretante é assim determinada mediatamente pelo Objeto.

Na semiótica peirceana, os signos são divididos de acordo com três dicotomias e uma delas considera a relação do signo com o seu objeto, na qual o signo pode ser denominado como ícone, índice ou símbolo. Para Peirce (2005), o ícone é um signo que se refere ao objeto por semelhança, o índice é um signo que se refere ao objeto por proximidade e o símbolo é um signo que se refere ao objeto em razão de uma lei.

Segundo Peirce (2005, p. 64), “a única maneira de comunicar diretamente uma ideia é através de um ícone; e todo método de comunicação indireta de uma ideia deve depender, para ser estabelecido, do uso de um ícone”. Um ícone pode ser classificado na semiótica peirceana como imagens, diagramas e metáforas e, de acordo com Peirce:

Os que participam das qualidades simples ou Primeira Primeiridade são imagens; os que representam as relações principalmente as diádicas, ou as que são assim consideradas, das partes de uma coisa através de relações análogas em suas próprias partes, são diagramas; os que representam o caráter representativo de um representâmen através da representação de um paralelismo com alguma outra coisa, são metáforas (Peirce, 2005, p. 64).

O diagrama é um tipo de signo que estabelece uma relação com o objeto; ele é um ícone “que ostenta uma semelhança ou analogia com o sujeito do discurso” (Peirce, 2005, p. 10), revelando o conhecimento, pois é produzido pelo intérprete seguindo certas regras em um sistema de representação por ele escolhido (Kadunz, 2016).

No contexto matemático, por exemplo, o conjunto de vários círculos de diferentes tamanhos pode ser um diagrama associado ao objeto matemático sequência. O intérprete que

escolheu representar tal objeto por meio de esquemas de vários círculos pode não ter feito uso de uma escala de tamanhos para indicar a sequência de figuras que se repetem, porém a representação pode ser suficiente para que a ela seja analisada a repetição da sequência. Caso necessite de mais detalhamento, o intérprete pode precisar refinar o diagrama.

Um diagrama é um signo que define relações com o objeto e com o interpretante. Para Peirce (2005, p. 66), “muitos diagramas não se assemelham, de modo algum, com seus objetos, quanto à aparência; a semelhança entre eles consiste apenas quanto à relação entre suas partes”, como é o caso da sequência de círculos que representam uma recorrência.

Os recursos escolhidos e utilizados efetivamente na produção de signos são caracterizados como recursos semióticos (Mavers, 2004). Leeuwen define recursos semióticos

como as ações e artefatos que utilizamos para comunicar, sejam eles produzidos fisiologicamente – com o nosso aparelho vocal; com os músculos que usamos para criar expressões faciais e gestos etc. – ou por meio de tecnologias – com caneta, tinta e papel; com hardware e software de computador; com tecidos, tesouras e máquinas de costura etc. (Leeuwen, 2005, p. 3).

No caso do conjunto de círculos que definem uma sequência, os recursos semióticos escolhidos podem ter sido caneta, tinta e papel, ou lápis e papel ou ainda giz e lousa, se o intérprete estiver em uma sala de aula.

Na produção de signos, além de analisarmos quais recursos semióticos são empregados, é essencial destacar como eles são utilizados em um determinado contexto. É importante considerar que, dependendo da atividade a ser realizada, deve-se escolher os recursos mais adequados. Embora não exista uma regra fixa para o uso dos recursos semióticos, é fundamental que eles façam sentido no contexto, pois, por exemplo, não adianta utilizar um desenho para expressar algo em uma chamada de áudio, já que esse recurso não seria acessível para quem está do outro lado da linha.

Segundo Mavericks (2004, p. 59)

[...] um indivíduo deve selecionar recursos semióticos apropriados de acordo com a sua adequação para desempenhar determinada tarefa. Partindo de um repertório de o que pode ser selecionado, a escolha (e o que não foi escolhido) representa o que é tido como o meio mais apto de representar.

A escolha e a combinação dos recursos semióticos dependem da necessidade representacional do intérprete (aluno), bem como da capacidade em adaptá-los a seu favor. Em atividades de modelagem com alunos dos anos iniciais podem ser utilizados diversos recursos semióticos como os gestos, as falas, os desenhos, os materiais manipulativos, entre outros. A

escolha dos recursos a serem utilizados depende da necessidade de representação por parte do aluno, o que é a forma adequada de representar o seu interesse.

Pesquisas como a de Goulart (2020), Pessoa (2024) e Araki (2020) se dedicaram a investigar o uso e a função dos recursos semióticos em atividades de modelagem matemática desenvolvidas por alunos do Ensino Superior e Ensino Fundamental, respectivamente. Goulart (2020) argumentou que a combinação de diferentes recursos associados a diferentes sistemas semióticos, possibilitou incrementar as ações dos alunos no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Pessoa (2024) destacou que, com o auxílio dos recursos semióticos escolhidos para se referir ao fenômeno em estudo, diversos conhecimentos matemáticos foram mobilizados, produzindo dados para o desenvolvimento da atividade de modelagem. Araki (2020) evidenciou que os recursos semióticos utilizados contribuíram para a atribuição de significados para os objetos matemáticos ao se associar às atividades experimentais investigativas com o ciclo de modelagem.

Considerando os apontamentos supracitados, analisamos os conhecimentos que são revelados pelos alunos de uma turma de 1º ano do Ensino Fundamental no uso de recursos semióticos para produzir diagramas no desenvolvimento de uma atividade de modelagem, conforme encaminhamentos que apresentamos no tópico a seguir.

Aspectos metodológicos

Neste artigo trazemos resultados parciais da pesquisa de mestrado da primeira autora, sob orientação da segunda, na qual atividades de modelagem foram implementadas no 1º ano do Ensino Fundamental. Da referida pesquisa de mestrado foi elaborado um produto educacional que visa trazer sugestões de práticas com modelagem para serem desenvolvidas no 1º ano (Gomes & Silva, 2025).

A atividade sob a qual nos debruçamos para analisar foi desenvolvida com uma turma de 25 alunos com idades entre 6 e 7 anos, de uma escola municipal localizada em Arapongas, no estado do Paraná. Para o desenvolvimento da atividade, foi solicitada a autorização da direção da escola, além de um termo de consentimento livre e esclarecido enviado aos pais, para preenchimento e assinatura autorizando o desenvolvimento das atividades e o uso dos dados coletados, como registros escritos, fotos, gravações de áudios e vídeos feitos pela professora-regente. As imagens e os diálogos apresentados neste artigo foram selecionados a partir do material coletado, considerando sua relevância e a capacidade de refletir a percepção e o conhecimento dos alunos ao resolverem a situação-problema. No corpo do texto, os alunos

são referenciados por nomes fictícios para manter o anonimato e a professora-regente somente como professora.

As aulas de matemática do 1º ano foram ministradas, durante o ano de 2023, pela professora-regente da turma (uma das autoras do artigo), em três dias da semana com duração de 1 hora e 45 minutos a cada dia. No decorrer de 2023, os alunos desenvolveram seis atividades de modelagem matemática, com temáticas diversas, o que lhes permitiu a familiarização com os procedimentos de definição de um problema a ser investigado matematicamente via coleta de dados do qual emergia um modelo matemático e, assim, tornarem-se autônomos em cada fase do ciclo de modelagem.

Neste artigo, analisamos a sexta atividade – Árvore de Natal –, desenvolvida entre os dias 30 de novembro e 06 de dezembro de 2023, em 4 aulas de 1 hora e 45 minutos cada. Tratou-se da última atividade desenvolvida com os alunos e a produção de signos acontecia de forma mais natural e com menos intervenções da professora.

A temática Árvore de Natal foi escolhida pela professora em razão da proximidade das festas de fim de ano, período em que, nos anos iniciais, é comum trabalhar datas comemorativas de forma pedagógica e envolvente com os alunos. Decidimos fazer uma árvore de Natal com rolinhos de papel higiênico sugerida por uma imagem de um site da internet (Figura 2). Para desenvolver a atividade, foi solicitado, com antecedência, que os alunos juntassem rolinhos de papel higiênico e trouxessem para as aulas. Todos os alunos participaram desse momento da coleta de material, totalizando 340 rolinhos coletados.



Figura 2.

Modelo de árvore de Natal para ser construída (Autoras, 2023)

Com o intuito de trazer reflexões à questão de pesquisa – Que conhecimentos são revelados pelos alunos do 1º ano do Ensino Fundamental no uso de recursos semióticos para produzir diagramas no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática na construção de uma árvore de Natal? – nos pautamos nos registros escritos dos alunos, nas fotos registradas pela professora, nas gravações de áudios e vídeos produzidos no desenvolvimento da atividade.

Nossa análise segue uma abordagem qualitativa e interpretativa, baseada no processo de triangulação que tem como perspectiva o sujeito, o objeto e o fenômeno (Tuzzo & Braga, 2016). Esse tipo de análise, envolve a utilização de dados qualitativos, que são ideias e textos cujo foco está na interpretação, valorizando o processo e o seu significado. Na pesquisa que realizamos, os 25 alunos do 1º ano do Ensino Fundamental foram os sujeitos, os recursos semióticos que produziram diagramas utilizados no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática corresponderam ao objeto e os conhecimentos revelados pelos alunos no desenvolvimento da atividade representaram o fenômeno. O metafenômeno corresponde ao movimento analítico articulado ao quadro teórico da modelagem matemática e da semiótica peirceana que apresentamos no próximo tópico.

Análise da atividade de modelagem sobre construção de árvores de Natal

A atividade de modelagem foi iniciada no dia 30 de novembro com a professora abordando o tema Natal, devido à proximidade da data. Em seguida, comentou sobre a utilização de materiais recicláveis, como rolinhos de papel higiênico, para construir uma árvore de Natal, mostrando aos alunos a imagem da internet (Figura 2), utilizando como recurso o notebook. Por meio desse recurso tecnológico, a professora teve a intenção de que o signo representado na fotografia afetasse “uma mente, de tal modo que, de certa maneira, determine naquela mente [dos alunos do 1º ano] algo que é mediatamente devido ao objeto” (Santaella, 2008, p. 58). Esperava-se que signos fossem produzidos pelos alunos de modo que esses associassem a estrutura da árvore de Natal com possibilidades de sua construção.

Os alunos foram organizados em grupos com quatro integrantes cada e lhes foi distribuída uma quantidade de rolinhos de papel higiênico para que pudessem manipular e realizar experimentações para a construção de árvores com uma quantidade qualquer em sua base e, com isso, determinar a quantidade de rolinhos para construir uma árvore de Natal para cada aluno da sala. Nesse momento, a professora iniciou um diálogo relativo à construção, conforme transcrição:

Prof: Como vamos montar a nossa árvore?

Carolina: Colocando um do lado do outro [mostra como é], um do ladinho do outro e vou fazendo. (Diálogo entre professora e alunos, 2023).

Quando Carolina mencionou colocando um do lado do outro, ela manipulou os rolinhos, organizando uma base enfileirada e sobrepondo com outra fileira, conforme mostra a Figura 3. A imagem da árvore de Natal (Figura 2) e os rolinhos, neste momento, serviram como recurso semiótico que subsidiaram a visualização, a manipulação (Figura 3a) e a esquematização da

estrutura do protótipo em produção (Figura 3b). As fileiras esquematizadas pelo recurso semiótico (rolinhos) conferiram uma ideia e estimularam “um significado na mente de um intérprete” (Ribeiro, 2021, p. 263). Ou seja, o esquema representado na Figura 3 consistiu em um diagrama para a árvore em produção.

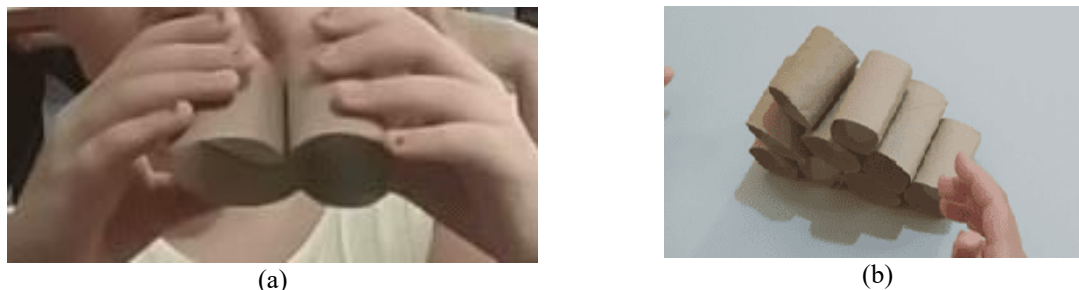


Figura 3.

Carolina manipulando os rolinhos (Autoras, 2023)

Os rolinhos de papel permitiram evidenciar que tanto o tamanho como o formato da árvore dependiam da quantidade de rolinhos utilizada na base. Com isso, podemos identificar na situação, uma abordagem “passível de análise matemática” (Stillman, 2015, p. 42), e isso pode ser evidenciado nas falas dos alunos, conforme diálogo transcrito a seguir:

Prof: Letícia quantos rolinhos você colocou na primeira fila?

Letícia: Coloquei quatro rolinhos.

Prof: Na segunda fileira, quantos você colocou?

Letícia: Três.

Carlos: Na primeira podia ser dez, e depois tem que ser nove, oito, sete, seis, cinco, quatro, três, dois e um.

Prof: Por que tem se ser assim Carlos?

Carlos: Porque se ficar do mesmo tamanho não vai parecer uma árvore, tem que ficar diminuindo.

Prof: Letícia depois do três quem vem?

Letícia: O dois e depois o um.

Prof: Então a Letícia começou a montar a primeira fileira com quatro e o que aconteceu depois?

Alícia: Depois três, dois e um.

Prof: Então o que acontece?

Renata: Vai diminuindo.

Carlos: Para formar uma árvore tem que diminuir porque senão não vai dar certo. (Diálogo entre professora e alunos, 2023).

Durante a construção, um dos alunos – Carlos – percebeu que era necessário diminuir um rolinho em cada fileira para que se formasse a árvore, revelando o conhecimento do aluno em relação ao conteúdo de ordem decrescente, bem como relações com o formato do esquema da árvore. A atividade, neste contexto, permitiu aos alunos estabelecerem “conexão entre o

mundo matemático e o mundo real” (Alsina et al., 2021, p. 92). De fato, se mantivermos a quantidade de rolinhos da base também nas demais fileiras, não se configuraria uma estrutura com formato decrescente, quando observada a construção da árvore da base até o topo. A fala do aluno revelou a associação com conteúdos matemáticos, conforme transcrição a seguir:

Carlos: Eu sei o que essa tarefa está ensinando, é ordem de crescimento e diminuindo, então essa tarefa está ensinando coisas muito boas, e com os números três, dois, um, nove, oito, sete, onze, dez, ah todos os números, crescimento e decrescimento. (Diálogo entre professora e alunos, 2023).

Fica evidente que, para Carlos, os rolinhos enquanto um recurso semiótico para produzir o diagrama da árvore de Natal fez emergir o objeto matemático ordem dos números – crescente ou decrescente – sinalizando que ele entendeu que, ao construir o esquema, a matemática estava presente. Tal ação, em certa medida, promoveu habilidades de “raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente” (Brasil, 2018, p. 266).

No momento de manipulação dos rolinhos, a professora foi fazendo questionamentos de maneira a identificar os conhecimentos dos alunos sobre a quantidade de rolinhos que poderia ser utilizada na construção da árvore, conforme indicou o diálogo transcrito a seguir:

Prof: E se a gente usar só um rolinho, dá para fazer uma árvore?

Bruno: Não dá, precisa de mais.

Carlos: A gente precisa de mais dois, mais três, mais quatro.

Prof: Então para começar uma árvore eu preciso ter pelo menos quantos rolinhos?

Carlos: Precisa de quatro, três, dois, um.

Prof: Então vamos tentar fazer com dois rolinhos.

Marcos: Não dá também, precisa de mais um.

Prof: Então com três dá para fazer?

Marcos: Ela vai ficar um pouco menor, mas dá para fazer.

Renata: Eu fiz com três, dá certo, mas fica pequena.

(Diálogo entre professora e alunos, 2023).

A aluna Renata observou, ao manipular os rolinhos, que é possível utilizar três na construção da árvore, isso foi revelado ao visualizar o diagrama produzido com o enfileiramento de rolinhos (Figura 4a) e também ao utilizar o recurso semiótico do gesto como mostra a Figura 4b, porém a aluna relatou por meio da fala que a árvore ficaria pequena.

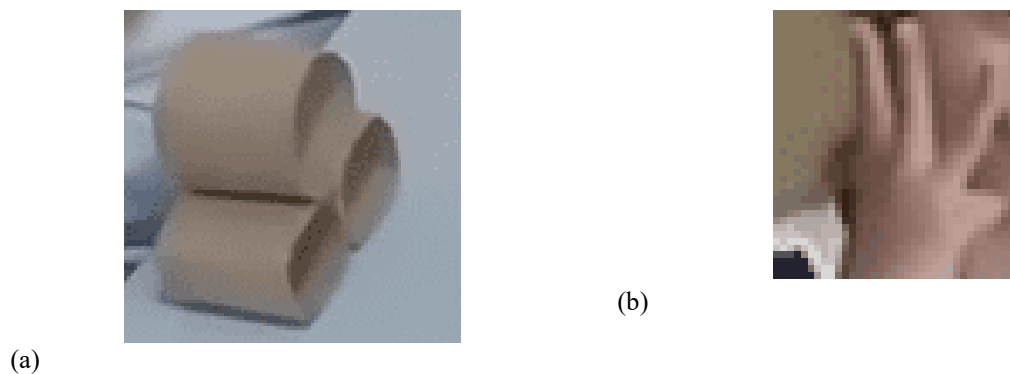


Figura 4.

Aluna montando a árvore e gesticulando (Autoras, 2023)

A montagem realizada pela aluna com o enfileiramento de rolinhos e os gestos com os dedos indicando a quantidade de 3 rolinhos, gerou “um processo no qual algo estava sendo tornado mais matemático do que era antes” (Almeida, 2018, p. 21). De fato, o que se revelou foi que a aluna associou o recurso rolinho, produzindo o diagrama, ao número 3 representado por meio do recurso semiótico gesto (com os dedos das mãos) em associação com a fala – Eu fiz com três [...]. O diagrama produzido com o recurso semiótico – rolinhos de papel higiênico – se configurou como “meios de pensamento, de compreensão e de raciocínio” (Bakker & Hoffmann, 2005, p. 353) de Renata ao apresentar suas impressões sobre o uso de três rolinhos: “[...] dá certo, mas fica pequena.

Após a aluna relatar que a árvore de Natal poderia ser construída com três rolinhos, a professora deu continuidade ao diálogo a seguir:

Prof: E com quatro rolinhos dá para fazer? Vamos tentar?

Carlos: Com quatro vai dar certo.

Letícia: Não vai dar certo não.

Prof: Por que não vai dar certo Letícia?

Letícia: Precisa de mais.

Bianca: Com cinco dá certo.

Prof: E com seis rolinhos?

Carolina: Sim.

Prof: Será que a gente consegue montar uma árvore com qualquer quantidade de rolinhos?

Letícia: Não, porque vai diminuindo, mas vai faltar para fazer o topo da árvore.

(Diálogo entre professora e alunos, 2023).

Por meio do desenvolvimento da atividade de modelagem, os alunos puderam “expressar seus pensamentos, levantar e testar hipóteses, levantar e investigar conceitos” (Tortola, 2016, p. 58). Para testar as hipóteses, uma observação, por meio da experimentação com os diagramas (rolinhos), possibilitou reflexões sobre as quantidades necessárias para a construção da árvore, assim como sobre a forma de criar e organizar os rolinhos para compor a

estrutura (Figura 5a). Isso é evidenciado pelo gesto da aluna ao perceber a falta de um rolinho para completar o topo da árvore (Figura 5b).

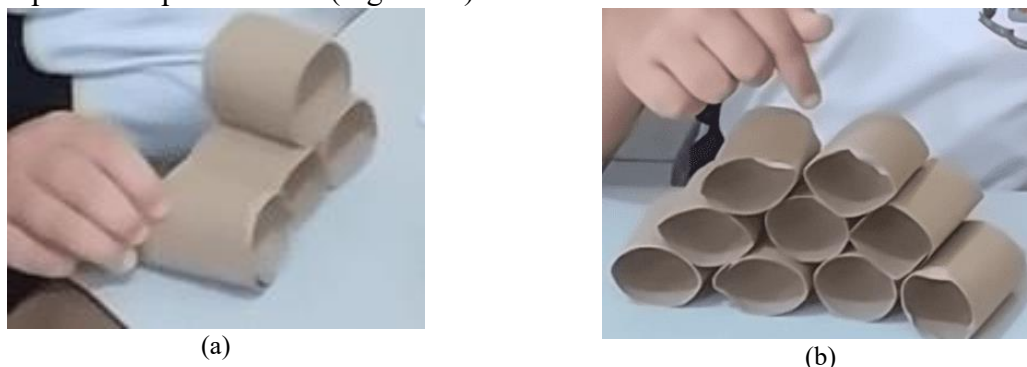


Figura 5.

Letícia realizando experimentação e indicando a falta de rolinho no topo da árvore (Autoras, 2023)

O diagrama construído via manipulação dos rolinhos de papel higiênico permitiu uma eficácia no estabelecimento de relações, de modo que Letícia associasse a necessidade de aumentar a quantidade, pois iria faltar no topo da árvore. Com isso, a manipulação dos rolinhos permitiu “que os alunos visualizassem, testassem e examinassem a existência de abordagens matemáticas incorretas” (Yoon & Miskell, 2016, p. 90). No momento de explorar a quantidade de rolinhos, os alunos fizeram uso dos recursos semióticos da fala e dos gestos, e também o uso do diagrama (árvore esquematizada pelos rolinhos), de maneira a relatar a quantidade que achavam necessária para construir a árvore, além de emergir conteúdos de comparação, maior e menor.

Após os alunos manipularem os rolinhos de maneira a verificarem qual seria a quantidade para a construção da árvore, foi solicitado que eles registrassem em uma folha de sulfite, por meio de desenhos, a forma como haviam construído a árvore. Nesse momento, os alunos produziram registros escritos, destacando diferentes quantidades (Figura 6). O registro escrito, em formato de esquema, da maneira como montaram a árvore se configurou como um signo semiótico que gerou um novo diagrama, o desenho indicando a quantidade de rolinhos em cada fileira, para representar a situação em estudo, permitindo uma nova experimentação com o diagrama.

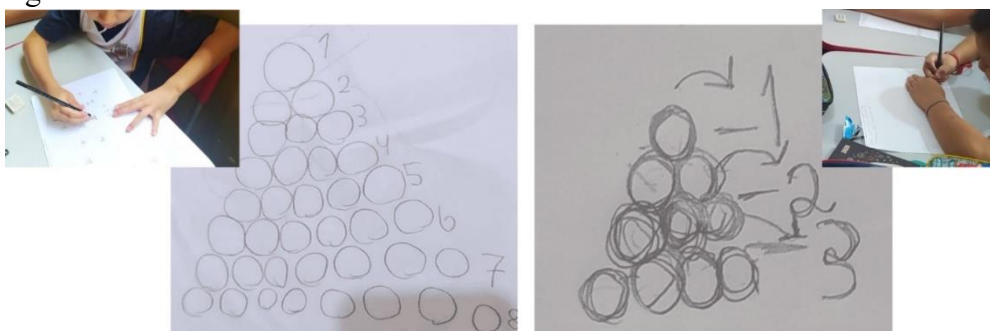


Figura 6.

Registro da árvore com diferentes quantidades de rolinhos (Autoras, 2023)

Os esquemas produzidos pelos alunos configuraram-se como um diagrama, pois “por um lado, representaram uma ideia e, por outro, estimularam um significado na mente de um intérprete” (Ribeiro, 2021, p. 263). Ao representar os rolinhos com formato circular, os registros, em certa medida, representaram “as relações entre as partes de seu objeto, utilizando-se de relações análogas e suas próprias partes” (Santaella, 2012, p. 101), no que diz respeito ao formato da árvore de Natal. A estrutura matemática revelada nos registros dos alunos representou um modelo matemático deduzido a partir “de um processo de matematização após a experimentação sobre um protótipo” (Carreira & Baioa, 2018, p. 204).

De maneira a revelar os conhecimentos dos alunos e construir novos conhecimentos, a professora prosseguiu a atividade indagando-os sobre qual a quantidade total de rolinhos que eles utilizaram para construir a árvore e solicitou que eles registrassem na folha, porém nesse momento surgiu diferentes recursos semióticos para representar as respostas dos alunos, como gestos, falas e registros escritos. Na Figura 7 apresentamos o registro escrito e os gestos utilizados pelo aluno Bruno para determinar a quantidade de rolinhos para a árvore.

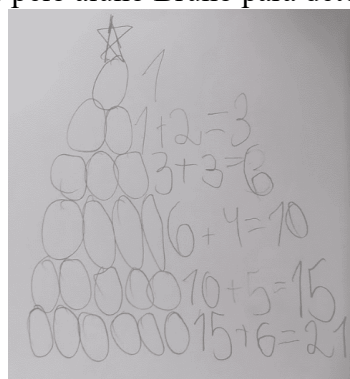


Figura 7.

Registro escrito dos alunos e gestos (Autoras, 2023)

Ao observar o registro do Bruno (Figura 7a), que apresentou uma recorrência na adição de rolinhos para obter a soma, segundo a quantidade utilizada na base, a professora sentiu necessidade de fazer alguns questionamentos para todos os alunos, conforme diálogo transcrito a seguir:

Prof: Com duas fileiras quantos rolinhos nós usamos?

Renata: Três.

Prof: Se for com três fileiras, quantos rolinhos vamos usar?

Renata: Seis.

Prof: Se na quarta fileira utilizar quatro rolinhos, quantos rolinhos vai ter ao todo?

Bruno: Dez.

Prof: Por que dez Bruno?

Bruno: Porque óh professora, é seis mais quatro que é dez.

Prof: E se eu tiver a quinta fileira com cinco rolinhos? [Aluno pensa um pouquinho e responde].
 Bruno: Quinze.
 Prof: E se eu tiver a sexta fileira?
 Bruno: Vinte e um, que é quinze mais seis.
 Prof: E se eu tiver a sétima fileira?
 Marcos: Vinte e sete.
 Bruno: Vinte e oito, porque é mais sete, vinte e um mais sete.
 Prof: Como você fez para saber?
 Carolina: É só somar.
 (Diálogo entre professora e alunos, 2023).

Na maioria das vezes, o aluno Bruno realizou os cálculos mentalmente para chegar ao resultado. Em alguns momentos, ele recorreu aos gestos, utilizando os dedos para contar (Figura 7b). Ao levantar os dedos para contar, o intérprete, no contexto matemático, refere-se à quantidade, sendo que os gestos corresponderam a um recurso semiótico utilizado para indicar a quantidade. A forma como o aluno expressou a abordagem matemática para o fenômeno em estudo – quantidade total de rolinhos, de acordo com a base – representou as especificidades denotadas para um modelo matemático neste nível de escolaridade (Burak, 2004; Tortola & Almeida, 2018), em que a simbologia matemática estava, ainda, em um processo inicial de abordagem.

Realizadas as experimentações dos alunos com os rolinhos para a construção da árvore de Natal, de modo a evidenciar os conhecimentos matemáticos que surgiram no desenvolvimento da atividade, o próximo momento foi a confecção da árvore – protótipo – por cada aluno para que levassem para a casa. Considerando a necessidade de produção de uma árvore para cada aluno, um dos integrantes da turma – Bruno – fez uma sugestão, conforme discussão transcrita a seguir:

Bruno: Professora, hoje nós estamos em 18 alunos, se a gente fizer a árvore de Natal para todos os alunos e nós fizermos dessa aqui que tem dez rolinhos.

Prof: E ela tem quantas fileiras?

Ricardo: Uma, duas, três, quatro [contando com os dedos].

Prof: Se ela tem quatro fileiras, quantos rolinhos a gente usa?

Marcos: Dez.

Prof: Para fazer para todos os alunos da sala hoje, quantos rolinhos vamos precisar?

Bruno: Vai precisar de cento e oitenta.

Prof: Como você descobriu isso?

Bruno: Ueh, contando de dez em dez... dez, vinte, trinta... [...]

Prof: A nossa árvore vai ter o tronco com dois rolinhos inteiros para fazer para todos os alunos temos 24 alunos na sala quantos rolinhos nós vamos precisar?

Bruno: Quarenta e oito.

Prof: Por que?

Bruno: Porque é vinte e quatro mais vinte e quatro que dá quarenta e oito. Conta o vinte primeiro depois o quatro: o primeiro é o vinte mais o outro vinte que dá quarenta, depois conta os quatro, que quatro mais quatro são oito, daí fica quarenta e oito.

(Diálogo entre professora e alunos).

A quantidade de rolinhos (10 rolinhos) por aluno considerada por Bruno na busca pelo total de rolinhos necessários para todos os alunos construírem suas árvores, foi realizada utilizando o princípio multiplicativo, em que o aluno utilizou soma de parcelas iguais.

O aluno Bruno utilizou a ideia de soma de dezenas com dezenas e unidades com unidades quando relatou a soma dos rolinhos da base para todos os alunos, e como recurso para se expressar o aluno utilizou da fala que é uma “comunicação verbal que se manifesta pela audição” (Nöth & Santaella, 2017, p. 10) para explicar seu modo de resolução, estabelecendo um novo diagrama para a resolução do questionamento da professora. De acordo com Hoffmann (2005), as relações presentes no diagrama foram apoiadas por convenções e exibiram representações consistentes e precisas.

De maneira a construir uma árvore de tamanho que fosse possível levar para casa, foi acatada a sugestão de Bruno, em que cada uma deveria ter ao todo dez rolinhos de papel higiênico, ou seja, ter quatro rolinhos na base. Assim, cada aluno recebeu dez rolinhos para a construção da árvore e dois rolinhos para construir o tronco, de maneira que ela tivesse uma sustentação (Figura 8). Para a quantidade de alunos presentes no dia da produção dos protótipos foram utilizados $(18.10) + (18.2) = 216$ rolinhos para a confecção de protótipos de árvores de Natal, sobrando 124 rolinhos que foram coletados para disponibilizar aos outros alunos que haviam faltado. Os alunos também receberam pincéis, tinta guache de duas cores, sendo o verde que representava as folhas da árvore e o marrom para representar o tronco e, além disso, receberam diversos formatos de E.V.A. para enfeitar a sua árvore.



Figura 8.

Grupo de alunos construindo suas árvores de Natal (Autoras, 2023)

A produção de protótipo no desenvolvimento de uma atividade de modelagem “incentivou o trabalho prático (‘mãos na massa’), a aprendizagem cooperativa, a discussão e pesquisa, o questionamento e a elaboração de conjecturas, a produção de justificações, a elaboração de relatórios, a atividade de resolução de problemas” (Baioa & Carreira, 2019, p. 11).

Durante a atividade foi possível evidenciar a presença de diferentes tipos de recursos semióticos como a tecnologia, o material manipulativo (rolinho), a fala, os gestos e os registros escritos que representaram signos para a produção de diferentes diagramas. A atividade também

possibilitou aos alunos a visualização de abordagens matemáticas presentes no desenvolvimento da atividade, contribuindo para sua aprendizagem.

Na Tabela 1 apresentamos os recursos semióticos, os diagramas e os conhecimentos revelados no desenvolvimento da atividade.

Tabela 1.

Síntese da análise da atividade árvore de Natal (Autoras, 2023)

Recurso semiótico	Diagrama	Conhecimento revelado
Notebook	Imagem da árvore de Natal	Associação da estrutura da árvore de Natal para a sua construção
Rolinhos de papel higiênico	Esquema de enfileiramento	O tamanho e o formato da árvore dependem da quantidade de rolinhos utilizada na base
Gestos	Enfileiramento de rolinhos	A quantidade mínima de rolinhos para a construção da árvore deveria ser três e que para construir uma árvore com base quatro deveriam ser utilizados $4+3+2+1=10$ rolinhos
Registro escrito	Desenho	A possibilidade de construção da árvore com diferentes quantidades de rolinhos, realização da operação de adição, obtendo a soma de rolinhos
Fala	Uso do princípio multiplicativo	A estrutura do processo de multiplicação

Nesta atividade evidenciamos a presença de diferentes tipos de recursos semióticos revelando conhecimentos para a produção de diagramas, e isso foi visível em vários momentos, como quando os alunos manipularam os rolinhos formando as fileiras para obter o formato da árvore e, dessa forma, representaram o diagrama para a árvore em produção. O registro escrito para representar a árvore que cada aluno construiu, também gerou um novo diagrama, o desenho, que permitiu aos alunos realizarem experimentações com o novo diagrama.

Na Figura 9 apresentamos o ciclo de modelagem matemática, adaptado de Stilman et al. (2007), para a atividade sobre a construção da árvore de Natal, no qual as setas grossas que contêm os números de 1 a 7 indicam as transições entre as etapas de A a G, sendo sinalizado tanto na transição como nas etapas os recursos e os diagramas presentes no desenvolvimento da atividade.

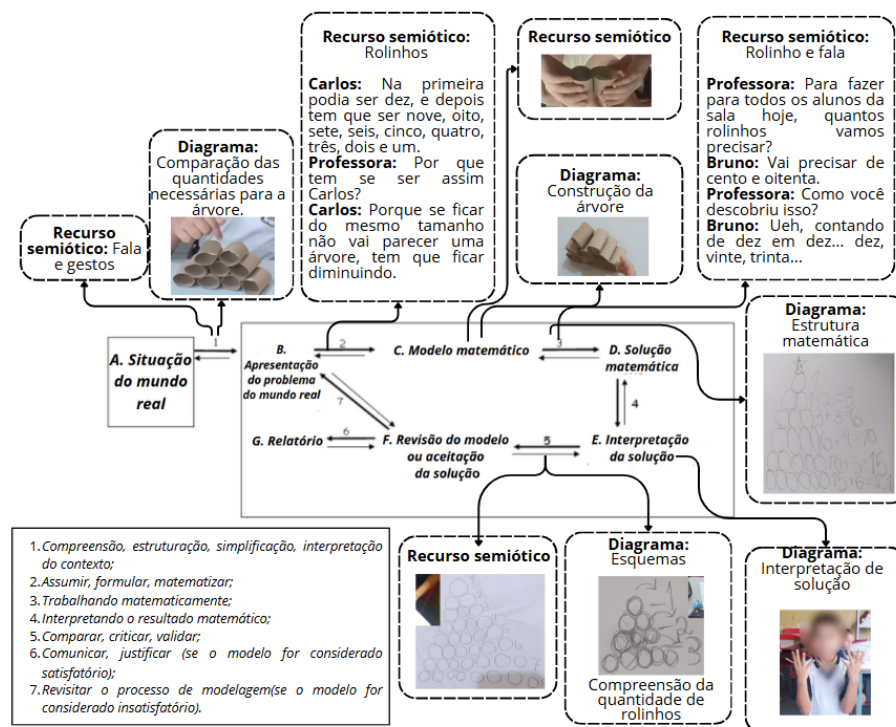


Figura 9.

Ciclo de modelagem para a atividade árvore de Natal (Autoras, 2023)

Na seta de número 1 em que ocorreu a compreensão, estruturação, simplificação e interpretação do contexto, os alunos utilizaram como recursos semióticos a fala e os gestos. Além disso, o diagrama correspondente a essa abordagem diz respeito à comparação das quantidades de rolinhos necessários para a construção do protótipo de árvore.

Na seta de número 2, os alunos utilizaram o recurso semiótico rolinhos de papel para matematizar a situação, e isso foi visível pelo trecho do diálogo entre o aluno Carlos e a professora. Em seguida, o modelo matemático foi construído como destacado na etapa C em que uma aluna utilizou a manipulação dos rolinhos (recurso semiótico) para gerar o diagrama da construção da árvore de Natal.

Na seta de número 3 é utilizado o recurso da fala e do rolinho de papel para trabalhar matematicamente, uma vez que o aluno realizou mentalmente o cálculo para determinar a quantidade de rolinhos necessária para todos os alunos da turma e o diagrama obtido foi a estrutura matemática da árvore, organizada por meio de um diagrama registrado na folha de papel sulfite. Na fase E, em que houve a produção do diagrama para a interpretação dos resultados, foi mobilizado o recurso semiótico dos gestos, quando o aluno explicou como realizou o cálculo. Na seta 5, em que ocorreu a comparação e validação do modelo, o recurso semiótico do desenho gerou o diagrama do esquema dos rolinhos para a compreensão da quantidade de rolinhos.

O ciclo de desenvolvimento da atividade Árvore de Natal foi elaborado de maneira a identificar as etapas de desenvolvimento da atividade, destacando quais os recursos semióticos

e os diagramas que emergiram na atividade, de maneira a ter uma melhor visualização das etapas da Modelagem Matemática.

Considerações finais

Levando em consideração que a Modelagem Matemática é uma alternativa pedagógica que pode ser implementada nos anos iniciais, abordando situações da realidade por meio de temáticas diversas e que colaboram na aprendizagem dos alunos, foi que nos debruçamos em analisar os conhecimentos que são revelados pelos alunos do 1º ano do Ensino Fundamental no uso de recursos semióticos para produzir diagramas no desenvolvimento da atividade sobre a construção de uma árvore de Natal. Para isso, nos respaldamos nos pressupostos teóricos da semiótica peirceana.

A partir da apresentação de uma árvore de Natal construída com rolinhos de papel higiênico sugerida por um site da internet, que se configurou como signo, os alunos desenvolveram a atividade de modelagem matemática tendo como intuito a construção da árvore de modo a analisar a quantidade de rolinhos que seriam adequados para que cada aluno construísse o seu protótipo. O que se vislumbrou foi, a partir de uma situação disponibilizada por meio de uma imagem, promover uma abordagem matemática – quantidade de rolinhos – de modo que diagramas fossem construídos a partir do uso de recursos semióticos escolhidos pelos alunos para dar uma solução para o problema, em que seria possível evidenciar os seus conhecimentos. Ou seja, a foto da árvore construída com rolinhos de papel higiênico, tornou-se “uma questão específica a ser respondida matematicamente” (Stillman, 2015, p. 47), intenção da professora com a implementação da atividade em sala de aula. E, com isso, houve “o compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático” (Brasil, 2018, p. 266).

No desenvolvimento da atividade, foi possível observar a utilização de diversos recursos semióticos, como o uso do notebook para acessar a imagem da árvore de Natal; rolinhos de papel higiênico, gestos, registros escritos e fala, que oportunizaram a produção de diagramas e em que foi possível evidenciar conhecimentos matemáticos dos alunos.

O notebook, como recurso semiótico, possibilitou aos alunos associarem a estrutura da árvore à imagem (diagrama) apresentada, revelando sua possibilidade de construção. Já o rolinho de papel higiênico, como recurso semiótico, permitiu aos alunos criarem um esquema de enfileiramento, consistindo em um diagrama para a construção da árvore. Essa ação permitiu que os alunos utilizassem “suas próprias representações e, nesse sentido, (re)construir conhecimentos diversos” (Veronez & Santos, 2023, p. 172), possibilitando que identificassem que tanto o tamanho quanto o formato da árvore dependiam da quantidade de rolinhos usados na base, revelando conhecimento matemático relativo à ordenação dos números.

Por meio do recurso semiótico dos gestos, ficou evidente que o diagrama formado pelo enfileiramento de rolinhos possibilitou aos alunos refletirem e identificar a quantidade de

rolinhos necessária, além de permitir compreender como criar e organizar os rolinhos para estruturar a árvore, de modo que a cada fileira era subtraída uma quantidade de rolinho.

O registro escrito foi um recurso semiótico utilizado pelos alunos para criar um esquema que representasse a construção da árvore com diferentes quantidades de rolinhos, gerando um novo diagrama, o desenho, que indicava a quantidade de rolinhos em cada fileira. Esse novo diagrama revelou o conhecimento dos alunos sobre a operação de adição, pois eles registraram a soma dos rolinhos para a árvore de acordo com a quantidade presente na base a partir da visualização do desenho feito via seu esquema.

O recurso semiótico da fala foi utilizado para responder a uma pergunta feita pela professora, explicando a quantidade total de rolinhos para todos os alunos da sala e também a quantidade de rolinhos para o suporte – tronco da árvore –, considerando que o suporte utiliza dois rolinhos e que a sala tinha 24 alunos. O aluno se expressou verbalmente para explicar como chegou ao resultado, revelando o conhecimento sobre o processo de multiplicação.

No ano de 2023, os alunos do 1º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal do interior do estado do Paraná, se depararam com o desenvolvimento de seis atividades de modelagem. A construção de uma árvore de Natal foi a sexta atividade desenvolvida e entendemos que, neste contexto, houve uma progressão de sólidas competências matemáticas a partir da conexão com um contexto da realidade dos alunos (Alsina et al., 2021), de modo que, durante a atividade, foram revelados, de forma natural, os conhecimentos sobre conteúdos matemáticos que faziam parte da matriz curricular do 1º ano. Dentre esses conteúdos, evidenciamos explicitamente o conceito de maior e menor, ordem crescente e decrescente, quantidade e adição, processo de multiplicação, contribuindo dessa maneira na construção dos conhecimentos dos alunos.

Há de se destacar que a configuração de atividades de modelagem para os anos iniciais, em que se conecta “a matemática ao mundo real, com problemas de modelagem sendo vistos como motivadores e promissores para um melhor aprendizado da matemática” (Aroeira et al., 2024, p. 161), seja um caminho para que desafios relacionados à dificuldade dos alunos em sala de aula possa ser superada. Todavia entendemos que uma análise individual com relação aos conhecimentos mobilizados não foi efetuada, se configurando como limitação de nossas análises, em decorrência da natureza do desenvolvimento de atividades de modelagem ocorrer em grupo. Para tanto, uma entrevista com cada um dos alunos poderia ser um meio para que essa análise fosse realizada, configurando-se uma possibilidade de encaminhamentos futuros.

Referências

- Almeida, L. M. W. (2018). Considerations on the use of mathematics in modeling activities. *ZDM*, v. 50, n. 1, p. 19-30.
- Almeida, L. M. W., Castro, E. M. V. & Silva, M. H. S. (2021). Recursos Semióticos em atividades de modelagem matemática e o contexto on-line. Alexandria – *Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, v. 14, n. 2, p. 383-406.

- Alsina, A. & Salgado, M. (2021). Understanding Early Mathematical Modelling: First Steps in the Process of Translation Between Real-world Contexts and Mathematics. *Internattional Journal of Science and Mathematics Education*, v.20, p. 1719-1742.
- Alsina, A., Toalongo-Guamba, X., Trelles-Zambrano, C. & Salgado, M. (2021) Developing early mathematical modelling skills in the early ages: a comparative analysis at 3 and 5 years. *Quadrante*, v. 30, n. 1, p. 74-93.
- Araki, P. H. H. (2020). *Atividades experimentais investigativas em contexto de aulas com modelagem matemática: uma análise semiótica*. [Dissertação de mestrado em Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná]. https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/4898/1/LD_PPGMAT_M_Araki%2c_Paulo_Henrique_Hideki_2020.pdf.
- Aroeira, A. J., Carreira, S. & Ponte, J.P. (2024). Teacher Strategic Interventions to Support Students in Constructing the Model of the Situation in a Modelling Task. In: *International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling* ISBN 978-3-031- 53321-1 ISBN 978-3-031-53322-8 (eBook).
- Baioa, A. M. & Carreira, S. (2019). Modelação matemática experimental para um ensino integrado de STEM. *Educação e Matemática: Revista da Associação de Professores de Matemática*, p. 11-14.
- Bakker, A. & Hoffmann, M. H. G. (2005). Diagrammatic reasoning as the basis for developing concepts: a semiotic analysis of students' learning about statistical distribution. *Educational Studies in Mathematics*, v. 60, n. 3, p. 333-358.
- Bassanezi, R. C. (2015). *Modelagem matemática: teoria e prática*. Contexto.
- Biembengut, M. S. (2019). *Modelagem nos anos iniciais dos Ensino Fundamental: ciências e matemática*. Contexto.
- Blum, W. & Ferri, R. B. (2016). Advancing the teaching of mathematical modeling: Research based concepts and examples. In: HIRSCH, C. R. (Ed.). *Annual perspectives in mathematics educations: Mathematical Modeling Mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics, p. 65-76.
- Blum, W. & Ferri, R. B. (2009). Mathematical Modelling: can it be taught and learnt? In.: *Journal of Mathematical Modelling and Aplication*, v. 1, n. 12, p. 45-58.
- Brasil. (2018). *Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC.
- Brasil. (1997). Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental*. Brasília: MEC/SEF. 126p.
- Burak, D. (2004). A modelagem matemática e a sala de aula. In: *I EPMEM – I Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática*.
- Carreira, S. & Baioa, A. M. (2018). Mathematical modelling with hands-on experimental tasks: on the student's sense of credibility. *ZDM - Mathematics Education*, v. 50, n. 1, p. 201–215.
- D'Amore, B., Pinilla, M. I. F. & Iori, M. (2015). *Primeiros elementos da Semiótica – Sua presença e sua importância no processo de ensino-aprendizagem da matemática*. 1ª edição. Editora Livraria da Física.
- English, L. D. (2022). Fifth-grade Students' Quantitative Modeling in a STEM Investigation. *Journal for STEAM Education Research*, v. 5, p. 134-162.

- English, L. D. (2010). Modeling with Complex Data in the Primary School. In: LESH, R. et al. (ed.). *Modeling students' mathematical modeling competencies*. New York: Springer, p. 287-300.
- English, L. D. (2010). Young children's early modelling with data. In: *Mathematics Education Research Journal*, v. 22 n. 2, p. 24-47.
- English, L. & Watters, J. (2004). Mathematical modelling with young children. In: HØINES, M. J.; FUGLESTAD, A. B. (Ed.). *The 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, p.335-342.
- Gomes, G. F. & Silva, K. A. P. (2024). Atividade de modelagem matemática sobre a compra de brinquedos com alunos do 1º ano do Ensino Fundamental. *Educação Matemática em Revista*, v. 29, n. 83, p. 1-15.
- Gomes, G. F. & Silva, K. A. P. (2025). *Atividades de modelagem matemática para o 1º ano do Ensino Fundamental*. Repositório Institucional da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (RIUT). Disponível em: <https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/>.
- Goulart, T. C. K. (2020). *Recursos semióticos em atividades de modelagem matemática*. [Dissertação de mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina]. https://pos.uel.br/pecem/wp-content/uploads/2022/01/DISSERTACAO_TCAMILA-atualizada.pdf.
- Hoffmann, M. H. G. (2005). Signs as Means for Discoveries. In: HOFFMANN M. H.; LENHARD J.; SEEGER F. (ed.). *Activity and Sign*. Springer. p. 44-56.
- Kadunz, G. (2016). Diagrams as means for learning. In: SÁENZ-LUDLOW, A.; KADUNZ, G. (ed.). *Semiotics as a tool for learning mathematics*. Rotterdam: Sense Publishers. p. 111- 126.
- Leeuwen, T. V. (2005). *Introducing Social Semiotics*. Routledge.
- Luna, A.V. A. & Alves, J. (2007). Modelagem Matemática: as interações discursivas de crianças da 4ª série a partir de um estudo sobre anorexia. In: *CONFERÊNCIA NACIONAL DE REVEMAT. ISSN 1981-1322*, v. 9, Ed. Temática (junho), p. 57-73.
- Luna, A. V. A., Souza, E. G. & Santiago, A. R. C. M. (2009). A Modelagem Matemática nas Séries Iniciais: o gérmen da criticidade. Alexandria – *Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, v. 2, n. 2, p. 135-157, jul.
- Martens, A. S. & Klüber, T. E. (2016). Uma revisão sobre Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. In: *Encontro Nacional de Educação Matemática*.
- Mavers, D. E. (2004). *Multimodal design: the semiotic resources of children's graphic representation*. [Thesis doutorado, Institute of Education, University of London]
- Nöth, W. & Santaella, L. (2017). *Introdução à Semiótica*. Paulus.
- Parra-Zapata, M. M. & Villa-Ochoa, J. A. (2015). Tendencias em investigación en modelación matemática en educación primaria. *RECME: Revista Colombiana de Matemática Educativa*, v. 1, n. 1, junio-diciembre.
- Peirce, C. S. (2005). *Semiótica*. Perspectiva.
- Peirce, C. S. (1972). *Semiótica e filosofia: textos escolhidos*. Cultrix.
- Pelaquim, S. C. P. (2023). *Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma interpretação dos diagramas semióticos*. [Dissertação de mestrado em Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná].

- <https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/31377/1/modelagemmatematicadiagramassemioticos.pdf>.
- Pessoa, T. C. (2024). *Conhecimentos matemáticos mobilizados por recursos semióticos em atividades de modelagem matemática integradas à educação STEAM*. [Dissertação de mestrado em Educação Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná]. <https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/33891/1/conhecimentosmatematicosrecursossemioticos.pdf>.
- Ribeiro, D. M. (2021). Semiótica dos diagramas: processos de raciocínio visual aplicados ao design. In: SANTAELLA, L.; BORGES, P. (org.). *A relevância de C. S. Peirce na atualidade: implicações semióticas*. Estação das Letras e Cores. p. 263-278.
- Santaella, L. S. (2008). *A teoria geral dos signos: como as linguagens significam as coisas*. Cengage Learning.
- Santaella, L. (2012). *Semiótica aplicada*. Thomson Learning.
- Santos, T. F. dos. (2022). *Um modo de ver e significar a modelagem matemática nos anos iniciais à luz da semiótica*. [Dissertação de mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual do Paraná]. <https://prpgem.unespar.edu.br/dissertacoes/5.4DissertaoThaynaFelixversofinal.pdf>.
- Stillman, G. (2015). Problem Finding and Problem Posing for Mathematical Modelling. In: HOE, L. N.; DAWN, N. K. E. (ed.). *Mathematical Modelling: from theory to practice*. Singapore: World Scientific Publishing. p. 41-56.
- Stillman, G., Galbraith, P., Brown, J. & Edwards, I. (2007). A framework for success in implementing mathematical modelling in the secondary classroom. *Mathematics: Essential Research, Essential Practice*, v.2. Proceedings of the 30th annual conference of the Mathematics Education Group of Australa.
- Tortola, E. (2016). *Configurações de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental*. [Tese de doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina]. <https://pos.uel.br/pecem/wp-content/uploads/2021/08/TORTOLA-Emerson-1.pdf>.
- Tortola, E. & Almeida, L. M. W. (2018). A Formação Matemática de Alunos do Primeiro Ano do Ensino Fundamental em Atividades de Modelagem Matemática: uma Perspectiva Wittgensteiniana. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 11, n. 25, p. 142-161, jun.
- Tortola, E. & Silva, K. A. P. (2021). Sobre Modelos Matemáticos nos Anos Iniciais: das pesquisas às práticas. EM TEIA - *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, v.12, n. 3.
- Tuzzo, S. & Braga, C. (2016). O processo de triangulação da pesquisa qualitativa: o metafenômeno como gênese. *Revista Pesquisa Qualitativa*, v. 4, n. 5, p. 140-158, ago.
- Veronez, M. R. D. & Santos, T. F. (2023). Atribuição de significado em modelagem matemática nos anos iniciais: uma interpretação semiótica acerca dos objetos matemáticos. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 25, n. 1, p. 167-199.
- Yoon, C. & Miskell, T. (2016). Visualising cubic reasoning with semiotic resources and modeling cycles. In SÁENZ-LUDLOW, A.; KADUNZ, G. (eds.). *Semiotics as a tool for learning mathematics: how to describe the construction, visualisation, and communication of mathematical concepts*. Dordrecht, Sense Publishers. p.89-109.